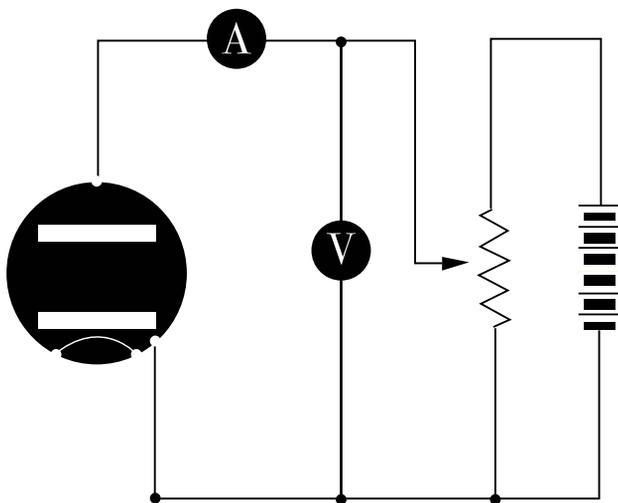


Nicola del Ciotto



ARGOMENTI VARI SUI
TUBI A VUOTO
TEORIA E APPLICAZIONI

X
edizioni

ISBN: 9788898556168

Tutti i diritti riservati all'Editore

© Xedizioni 2015 Cagliari

xedizioni.it

leradiodisophie.it

*Al mio nipotino
Francesco*

PRESENTAZIONE

Questo piccolo lavoro scaturisce, in parte, dalla rivisitazione e riunione di vecchi appunti sparsi presi alle lezioni del corso di elettronica presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Roma, nei lontani anni 1959/60, in parte, dalla scelta meditata e dalla rielaborazione di molti miei scritti a mano, nati dall'esperienza quotidiana in classe, stesi inizialmente per essere distribuiti agli alunni, utilizzati ed aggiornati man mano nell'arco dei primi anni di insegnamento che vanno dal 1962 al 1970, nelle classi finali degli Istituti Tecnici Nautici e Professionali, quando l'elettronica era prevalentemente cresciuta intorno ai tubi a vuoto.

Sperimentando e osservando sul campo come fosse difficile per gli studenti afferrare e comprendere gli argomenti quando erano troppo sviluppati e approfonditi, ma quanto fosse più facile per loro l'apprendimento quando venivano spiegati per gradi, magari con esempi e realizzazioni in laboratorio, senza indugio ho deciso di separare la parte informativa, semplice ma utilizzabile subito, da quella approfondita che veniva svolta successivamente, richiesta addirittura sovente dagli stessi alunni quando avevano acuito il loro interesse.

Così, seguendo la mia esperienza di allora ma avendo ancora la certezza che pure oggi a molti interessa l'applicazione senza tanti fronzoli, ho tentato anche qui di impostare queste pagine per poter essere lette, per quanto possibile, in modo differenziato su due livelli d'apprendimento: "informativo" se pur rigoroso, e "approfondito" ma chiarificatore.

Ho tentato, inoltre, di fare in modo che la comprensione a livello "informativo" non dovesse risentire molto della mancanza d'approccio al livello "approfondito". Perciò ritengo che il lettore che non trovi necessità nel veder giustificate a tutti i costi le relazioni matematiche e fondamentali ma abbia intenzione solo di utilizzarle per i suoi lavori o per i suoi passatempi, potrebbe tralasciare a suo piacimento la maggior parte degli "Approfondimenti", che sono posti sempre alla fine di ogni capitolo, per rivederli magari poi, quando ne abbia il gusto o l'interesse o la curiosità.

Buona parte dei grafici è stata prodotta con giusta strumentazione o con programmi su elaboratore, alcuni dei quali realizzati personalmente in Borland Pascal o Delphi. I disegni sono stati eseguiti con l'aiuto di un adatto e semplice programma C.A.D.

Gli esempi di progettazione, quasi tutti realizzati e collaudati nel mio piccolo laboratorio, e gli esercizi, tutti svolti, sono proposti essenzialmente con lo scopo di chiarire i punti più importanti del capitolo cui si riferiscono, ma spesso, per la discrepanza che risulta tra i valori pratici ottenuti e quelli teorici calcolati, possono fornire lo spunto per nuove riflessioni e fruttuose precisazioni.

Tale lavoro, che assume a volte l'aspetto del racconto storico, non intende essere un libro accademico né un libro di testo ma quasi una raccolta ordinata di argomenti o un semplice vademecum sui tubi a vuoto, ossia cerca di fornire una guida concreta allo studio e alla comprensione di particolari e specifici temi da molti ormai considerati obsoleti.

Potrebbe quindi essere un libretto sperimentale, poco o molto impegnativo a seconda dei desideri, possibilmente scorrevole, essenziale e applicativo, con molte realizzazioni effettive e idee progettuali, adatto per chi vuole ancora dedicarsi alla vecchia, cara e appassionante elettronica del vuoto spinto.

NOTA DELL'AUTORE

Queste pagine trattano argomenti che riguardano solo i tubi elettronici e i circuiti a loro connessi, con l'obiettivo di raggiungere, alla fine, una sufficiente padronanza dell'elettronica del vuoto, sia a livello teorico, sia a livello pratico e applicativo.

Ciò porta alla necessità di possedere già una buona conoscenza dei principi e delle leggi fondamentali dell'Elettricità, ma anche, purtroppo quando si vuole approfondire, di avere una indispensabile e sufficiente cultura matematica.

Come è accennato nella presentazione, per i più esigenti e quando lo riteniamo utile o necessario, diamo una giustificazione matematica delle espressioni più importanti, scritte ed utilizzate ma non dimostrate nel capitolo per non appesantirne la lettura, mediante gli opportuni sviluppi inseriti sempre all'interno di riquadri posti nella parte finale del capitolo stesso.

Per la comprensione di questi sviluppi è necessario, comunque, un discreto possesso dei principi fondamentali dell'analisi matematica e di alcuni concetti basilari della fisica.

Nel testo, i riferimenti che riguardano questa sezione e che chiameremo sempre "Approfondimenti", sono scritti alla sinistra delle formule o degli argomenti coinvolti, con un numero con asterisco chiuso tra parentesi, che rimanda allo stesso numero con asterisco riportato nei riquadri.

BIBLIOGRAFIA

Principali libri consultati sulla teoria e sulla tecnica dei tubi a vuoto:

- E. MONTU' – Radio - 8ª Ed. – U. Hoepli – Milano – 1932
G. DILDA – Radiotecnica - Vol.1°/2° – Levrotto e Bella – Torino - 1945
A.V. EASTMAN – Fundamentals of vacuum tubes - McGraw Hill – N.Y. - 1949
D.E. RAVALICO – Il Radiolibro -12ª Ed. – U. Hoepli – Milano - 1951
E. MONTU' – Radiotecnica – Vol.1°/2°/3° - U. Hoepli – Milano – 1958
S. MALATESTA – Elettronica – C. Corsi – Pisa – 1961
S. MALATESTA – Radiotecnica generale – C. Corsi – Pisa - 1961
QUARANTA-RIGHINI-RISPOLI – Elementi di Elettronica generale – Zanichelli – Bologna -1963
MASSAROTTI – PUGLISI – Elementi di Radiotecnica – Zanichelli – Bologna – 1964
CAVAZZUTI-NOBILI-PASSERINI- Corso di Radiotecnica-Vol.1°/2°/3° – Calderini – Bologna – 1968
F.MONDANI – Radioelettronica - Vol.1°/2°/3° - Trevisini - Milano
F. TERMAN – Radiotecnica ed Elettronica - Vol.1°/2° - C.E.L.I. – Bologna.

----*----

Sono stati ampiamente utilizzati gli appunti presi al Corso di Elettronica del Prof. Umberto Pellegrini. (Univ. Roma A.A. 1959/60).

RINGRAZIAMENTO

Ringrazio di vero cuore Leonardo Mureddu, che mi ha proposto a suo tempo la pubblicazione di queste righe, che mi ha sostenuto poi e mi ha incoraggiato durante tutto l'arco del lavoro con i suoi consigli e i suoi apprezzamenti.

Capitolo 1°

IL DIODO

Generalità

Gli elettroni di conduzione possono fuoriuscire dal conduttore se viene fornita loro una giusta quantità di energia, detta energia di estrazione (caratteristica di ciascun metallo).

Il rapporto tra tale energia e la carica dell'elettrone è chiamato "**potenziale di estrazione**" ed il fenomeno prende il nome di "**emissione elettronica**".

Se l'energia di estrazione viene fornita termicamente vale allora la legge di Richardson-Fermi che lega la corrente alla temperatura T mediante l'espressione:

$$J_s = A \cdot T^2 e^{\left(\frac{-qV_e}{kT}\right)} \quad (01)$$

dove A è una costante, J_s rappresenta la densità di corrente di saturazione, V_e il potenziale di estrazione del catodo, q la carica dell'elettrone e K è la costante di Boltzmann.

Cenni sui tipi di emettitori

Diamo un brevissimo cenno ai materiali che costituiscono gli emettitori (catodi). Essi sono essenzialmente di tre tipi:

1) Tungsteno:

Hanno il vantaggio di non essere deteriorati dal bombardamento ionico dovuto agli ioni positivi presenti nel tubo; hanno però un basso **potere emittente** e bisogno di una elevata temperatura di funzionamento (Il Potere Emittente è definito come il rapporto tra la corrente catodica emessa e la potenza necessaria al riscaldamento).

2) Tungsteno toriato:

Contengono circa l'1÷2% di Ossido di Torio. Hanno un potere emittente maggiore e lavorano a temperatura più bassa ma possono venir deteriorati dal bombardamento ionico.

3) A rivestimento di ossidi:

Sono generalmente costituiti da Nichel rivestito di Ossido di Bario. Hanno alto potere emittente e lavorano a più basse temperature. Permettono elevatissime correnti specifiche (sino a 100A/cm² per qualche μ s), però sono sensibili al bombardamento ionico.

Cenni sui tipi di anodi

Gli anodi devono permettere lo smaltimento del calore prodotto dagli urti degli elettroni e devono essere indeformabili con l'aumento della temperatura.

Per le basse potenze sono costruiti essenzialmente di nichel o nichel grafitato.

Per le medie potenze di solito sono costruiti di tantalio sabbiato e con alette di raffreddamento. Possono sopportare temperature fino a 1000 °C.

Per le grandi potenze spesso sono costruiti di grafite che è un ottimo radiatore di calore. È bene però che un anodo di grafite non raggiunga mai il calor rosso (rosso ciliegia).

Cenni sui tubi a vuoto

I tubi ad alto vuoto sono costituiti da un involucro di vetro, di metallo o di ceramica, nel cui interno si trovano vari elettrodi. Di essi il **catodo** è la sorgente di elettroni, l'**anodo**

(uno o più) ha la funzione di raccogliarli; esistono poi interposte varie **griglie** cui compete principalmente il compito di influenzarne il moto, pur potendo anche raccoglierne una parte. La maggior parte dei tubi è calcolata in modo che la superficie emittente del catodo fornisca un eccesso di elettroni col risultato che la corrente che realmente fluisce è limitata non dalla capacità di emissione, bensì dalla repulsione reciproca che si esercita tra gli elettroni stessi: **in tal caso la corrente si dice limitata dalla carica spaziale**.

Entro l'involucro si ha un vuoto spinto ad un valore tale che le residue molecole gassose non disturbino sensibilmente il moto degli elettroni. Ciò avviene se il loro libero cammino medio è molto superiore alle distanze interelettrodeiche.



Alcuni tipi di diodi raddrizzatori. In alto, da sinistra: due 1616, una GZ34., una 5X4, una 1B3 per E.A.T. In basso: una 5Y3, una 5V4, una 5V4GT, una EZ41, una 5Y3GT. Diodo significa due vie (dal greco). Le 1616 sono raddrizzatrici A.T. (5500V- 0.13A-0,8Amax) con l'anodo di grafite.

Altra ragione fondamentale per l'uso di pressioni molto basse è che gli ioni di gas o vapore, urtando contro il catodo, possono agire su di esso riducendo l'emissione. Praticamente la pressione si aggira da 10^{-6} a 10^{-8} mm di Hg.

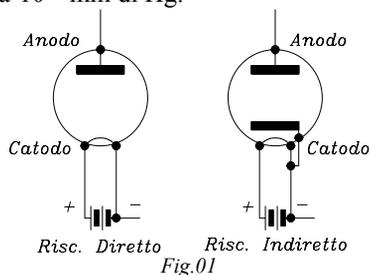


Fig.01

I catodi possono funzionare tramite **riscaldamento diretto** oppure **riscaldamento indiretto**. Nei due casi si adotta una diversa rappresentazione (Fig.01), dove, per fissare le idee si è considerato un semplice diodo. Nel caso di riscaldamento diretto il circuito principale e quello riscaldante hanno un tratto in comune. Di solito la congiunzione avviene sul lato negativo della batteria di accensione. Il riscaldamento indiretto ci porta, a parità di altre condizioni, ad un'efficacia minore: lo si adotta però molto frequentemente per poter impiegare un'alimentazione separata o a corrente alternata. D'ora in avanti negli schemi si

supporrà sempre il riscaldamento indiretto e si ometterà spesso il disegno del riscaldatore. Detto ciò passiamo alla descrizione dei vari tipi di tubi elettronici.

Il Diodo

È il tubo elettronico più semplice. Esso è costituito da un catodo termoemittente ed un anodo collettore di elettroni (detto anche placca).

Se manteniamo costante la tensione di accensione del filamento o la temperatura del catodo, il diodo costituisce un dipolo passivo ed è quindi completamente definito da un'unica **funzione caratteristica** che lega la corrente alla tensione.

$$I = f(V) \quad (02)$$

La caratteristica (02) si può rilevare sperimentalmente con il circuito di Fig.02.

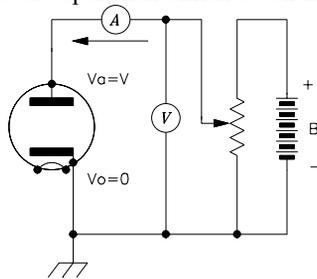


Fig.02

Si assume di regola come punto di riferimento delle tensioni il catodo e positive le correnti entranti nell'anodo.

La caratteristica sperimentale di Fig.03, che riproduce la funzione $I = f(V)$, è costruita tramite l'utilizzo del circuito di Fig.02. Essa presenta un andamento nettamente **non lineare**. Mediante i punti **a, b, c** la curva può essere suddivisa in quattro tratti per alcuni dei quali è possibile anche trovare, per mezzo di considerazioni teoriche e con buona approssimazione, l'espressione analitica dell'andamento.

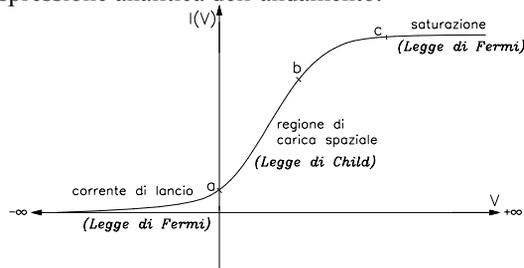


Fig.03

Analizziamo i vari tratti:

- 1) Corrente di saturazione (tratto da **c** a $+\infty$).
- 2) Corrente di lancio (tratto da $-\infty$ ad **a**).
- 3) Regione di carica spaziale (tratto **a-b**).
- 4) Tratto **b-c** dovuto all'azione contemporanea del regime di carica spaziale e quello di saturazione.

1) Corrente di saturazione (tratto da **c** a $+\infty$ di Fig.03).

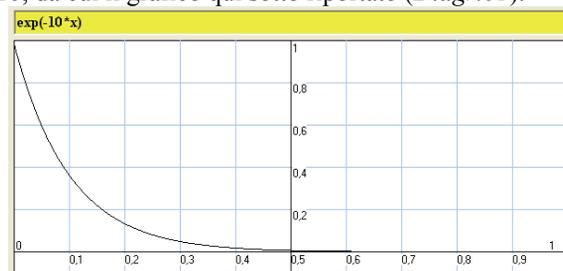
Quando la tensione anodica è **positiva** e sufficientemente alta **tutti gli elettroni emessi** dal catodo sono raccolti dall'anodo. Vale allora la già citata legge di Fermi:

$$J_s = A \cdot T^2 e^{\left(\frac{-qV_e}{kT}\right)}$$

dove J_s rappresenta la densità di corrente di saturazione, V_e il potenziale di estrazione del catodo e q la carica dell'elettrone.

2) Corrente di lancio (tratto da $-\infty$ ad a di Fig.03).

Per **tensioni anodiche negative** si ha ancora una corrente debolissima detta **corrente di lancio**. È costituita da quegli elettroni che sono espulsi dal catodo con una velocità sufficiente a superare la barriera di potenziale che si ha tra il catodo e l'anodo, che nel caso in esame è inoltre aumentata dalla **tensione negativa** applicata dall'esterno. Fissata una temperatura qualsiasi T , con la (01) si può calcolare la corrente di saturazione per un **qualsiasi valore di V** . Per esempio, ricordando che la costante di Boltzman è $K=1,38 \cdot 10^{-23} J$ e che la carica dell'elettrone ha il valore $q=1,6 \cdot 10^{-19} C$, se vogliamo la J_s ad una temperatura realistica del filamento T di $887C^0$ pari a circa $1160K^0$ si ottiene per q/kT un valore di circa 10, da cui il grafico qui sotto riportato (*Diagr.01*).



Si noti come la curva¹, che rappresenta l'equazione (01) con i dati imposti, abbia un andamento rapidamente decrescente al crescere di V'_a in valore assoluto. Infatti per $V'_a=0$ si ha $J'_s = J_s$; per una polarizzazione negativa di solo 0,1V si ha una $J'_s = 0,37 \cdot J_s$ mentre per una polarizzazione negativa di 1Volt otteniamo addirittura un valore bassissimo pari a $J'_s = 0,000045 \cdot J_s$, un valore illeggibile sulla curva.

Ciò significa che con una polarizzazione negativa di un solo Volt la corrente di lancio è quasi inesistente. Per temperature minori i valori di J'_s sono ancora più trascurabili.

-----*

Nella Fig.04 sono disegnate le curve che indicano l'andamento del potenziale tra catodo e anodo all'interno del diodo, nei casi in cui la tensione applicata all'anodo sia zero o maggiore di zero.

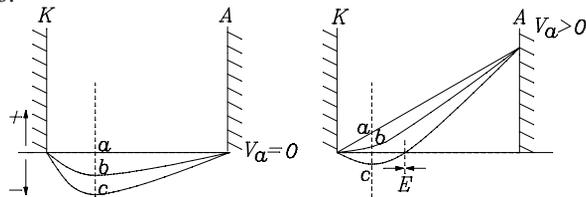


Fig.04

¹ I diagrammi sono realizzati tramite il programma di funzioni "Dfunz.exe" che può essere scaricato dal sito "Le radio di Sophie"- Sezione Software.

La curva (a) rappresenta l'andamento del potenziale quando il catodo è freddo, quindi quando non vi è emissione elettronica. In questo caso la carica spaziale è nulla. Le curve (b) e (c) rappresentano l'andamento del potenziale con catodo caldo e quindi emissivo a temperature diverse dove $T_c > T_b$.

3) Regione di carica spaziale (tratto a-b di Fig.03).

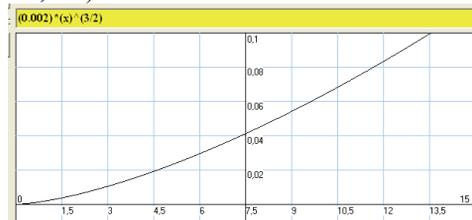
Tra le due regioni esaminate esiste un tratto di raccordo governato dalle **azioni mutue** tra gli elettroni. Tali azioni sono trascurabili nelle due regioni considerate prima, nelle quali (regione di saturazione) si supponeva un campo esterno tanto forte da essere di gran lunga predominante su ogni altro, oppure (regione di lancio) si supponeva piccolo il numero degli elettroni in moto cosicché la loro grande distanza reciproca annullava, praticamente le azioni mutue.

In realtà invece, intorno al catodo si forma una nube di elettroni, dovuta al bilancio dinamico tra gli elettroni emessi e quelli che, dopo aver raggiunto la massima distanza dipendente dalla propria energia iniziale, vengono risucchiati dallo stesso catodo che, per aver perso cariche negative, diventa positivo. Questa nube, detta **“carica spaziale”** costituisce come un involucro a potenziale negativo circondante il catodo e quindi tende a ricacciare sulla sorgente gli ulteriori elettroni emessi.

Perciò **le linee del campo elettrico di attrazione anodica** non arrivano fin sul catodo ma terminano nello strato esterno degli elettroni costituenti la carica spaziale e, quindi, solo questi possono essere accelerati dal campo e portati a raggiungere l'anodo. Aumentando la tensione anodica V cresce la penetrazione del campo anodico entro la carica spaziale e quindi aumenta la corrente anodica. Da questo ragionamento scaturisce **l'importante legge di Child-Langmuir:**

(1*) $I = K \cdot V^{\frac{3}{2}}$ (03)

Il Diagr.02 rappresenta l'andamento della legge di **Child-Langmuir** con un valore di K abbastanza realistico ($K=0,002$).



Diagr.02

La costante K che entra in questa formula prende il nome di **costante di carica spaziale o perveanza** e la si può determinare o risolvendo l'equazione o ricavandola dalle curve sperimentali. In ogni caso **la perveanza K è una costante del tubo**, dipendente cioè soltanto dalla geometria degli elettrodi, dai materiali e da alcune costanti universali **ma non dalla temperatura.**

Per quanto detto, si cerca di far lavorare il tubo proprio in regime di carica spaziale (tratto a-b della Fig.03) per ottenere una **corrente che rispetti la legge di Child** (03) cioè che sia **esclusivamente funzione di V** e non della temperatura, per essere nelle stabili e ripetibili situazioni di funzionamento.

-----*

È da notare, infine, che i quattro tratti della caratteristica reale di Fig.03 sono tra di loro raccordati per l'azione concomitante dei diversi regimi. Così, per tensioni molto piccole, la velocità di lancio u_0 non è più trascurabile, così pure il tratto **b-c** è dovuto all'azione contemporanea del regime di carica spaziale e quello di saturazione. Quindi, in realtà, anche nel tratto di carica spaziale vi è una certa influenza, sia pure ridotta, della temperatura.

Parametri differenziali

La caratteristica **non lineare** del diodo è una delle sue proprietà peculiari che rende ragione del suo vasto impiego in molti campi. Si potrebbe osservare che anche gli elementi cosiddetti lineari in pratica non lo sono che con una certa approssimazione.

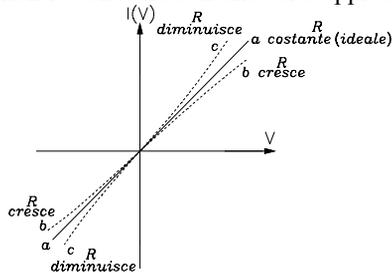


Fig.05

Una resistenza, ad esempio, dovrebbe avere la caratteristica rettilinea rappresentata dalla curva (a) di Fig.05. Invece al crescere della tensione cresce la dissipazione per effetto Joule e con essa la temperatura, per cui se il resistore è di tipo metallico, cresce anche la resistenza e si ha la caratteristica (b), mentre in altri tipi (stato solido, per esempio) essa invece cala ottenendosi la caratteristica (c), ambedue non lineari. In tutti questi casi, però, la curva si mantiene sempre **simmetrica** rispetto all'origine ed inoltre la non linearità si presenta come una "correzione" rispetto a fenomeni fondamentalmente lineari. In un diodo, invece, non si ha simmetria rispetto all'origine, e la "**non linearità**" è concettuale ed è ben più evidente.

Spesso tale non linearità viene utilizzata per determinati scopi. Altre volte invece è inessenziale per il funzionamento che interessa, basato su altre proprietà anomale, e si può evitare di farla intervenire direttamente, grazie all'introduzione dei **parametri differenziali**.

Tenendo presente la caratteristica del diodo (Fig.03) supponiamo di lavorare con **tensioni piccole** in modo da rimanere in una zona molto ristretta vicina all'asse delle ordinate. La curva $i = f(v)$, qualunque sia la sua forma, può essere sempre sviluppata in serie (serie di Taylor) ed approssimata fin che si vuole, considerando un adeguato numero di termini.

Nel caso in esame possiamo scrivere:

$$i = I_0 + I_1 \cdot v + I_2 \cdot v^2 \quad (04)$$

essendo sufficiente soffermarsi al terzo termine (del 2° ordine) dello sviluppo. Si ritiene, cioè, che la curva in quel tratto sia come una **parabola di secondo grado**. È il caso che si incontra, ad esempio, nell'uso del **diodo rivelatore** di segnali.

Nei **raddrizzatori di potenza**, invece, si riesce ad interessare la caratteristica per un lungo tratto fin verso il punto c di Fig.03, (si evita sempre il funzionamento del diodo in regime di saturazione per questioni di dissipazione di potenza e di vita del tubo).

In questo caso, salvo un breve tratto iniziale, la caratteristica appare rettilinea e perciò la si semplifica come in Fig.06 ponendo:

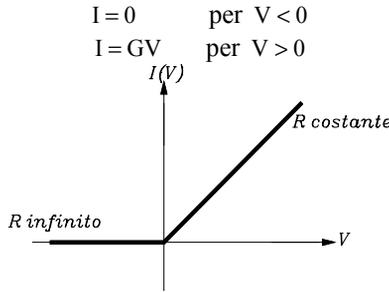


Fig.06

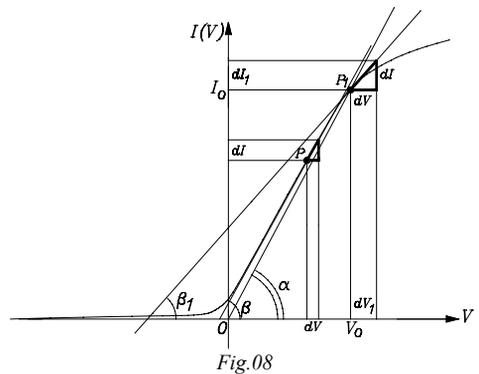
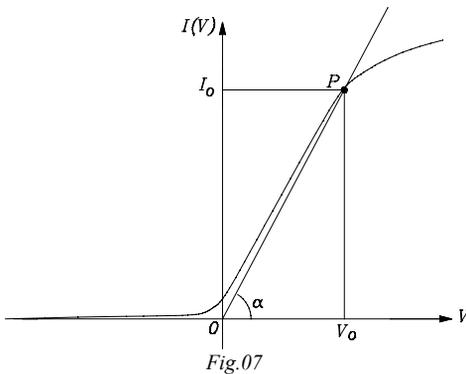
Si deduce, quindi, come siano necessari i **parametri differenziali**, che, se non essenziali nel diodo, risultano invece della massima importanza nel triodo e negli altri tipi di tubi.

Fissato un punto di funzionamento P sulla caratteristica (Fig.07), ossia fissata una coppia di valori di tensione V_0 e di corrente I_0 corrispondenti tra loro tramite il punto P, si dirà conduttanza in senso ordinario il noto rapporto ohmico:

$$G = \frac{I_0}{V_0} \tag{05}$$

Tale rapporto corrisponde alla tangente trigonometrica dell'angolo α che la congiungente il punto P con l'origine 0 forma con l'asse delle ascisse.

La conduttanza G non è una costante ma è dipendente dal punto di funzionamento scelto e varia con esso anche se ci spostiamo sul tratto rettilineo della caratteristica.



Molto spesso, però, interessano **soltanto piccole variazioni** della tensione e della corrente intorno al punto di lavoro P (Fig.08). In questo caso la caratteristica, comunque curva, può essere approssimata, nell'intorno di P, ad un piccolo segmento di retta e l'elemento può essere considerato lineare purché invece della conduttanza ordinaria si consideri quella **“differenziale”**:

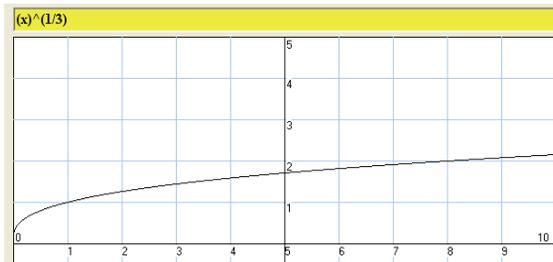
$$g = \frac{dI}{dV} \tag{06}$$

che corrisponde alla tangente trigonometrica dell'angolo β che la tangente geometrica alla caratteristica in P forma con l'asse delle ascisse. Nel tratto della caratteristica del diodo in

cui vale la legge di Child-Langmuir $I = K\sqrt[2]{V^3}$, ossia nella parte bassa della curva (*ginocchio inferiore*) fino al punto “b”, la **conduttanza differenziale** sarà data da:

$$(2^*) \quad g = G \cdot I^{\frac{1}{3}} \quad (07)$$

Dalla (07) si deduce che essa varia, in questo caso, all’inizio molto velocemente e poi molto lentamente con la corrente, come mostra il Diagr.03. Dal ginocchio inferiore in poi, ossia da “a” verso “b”, è infatti evidente che la conduttanza differenziale **g** tende a mantenere lo stesso valore lungo tutta la parte rettilinea della caratteristica.



Diagr.03
-----*-----

Sebbene nel caso specifico del diodo la situazione di Fig.09 non si verifica, è bene osservare fin da ora che, mentre le conduttanze e le resistenze ordinarie sono sempre di **segno positivo**, le resistenze e conduttanze differenziali **possono assumere anche valore negativo**.

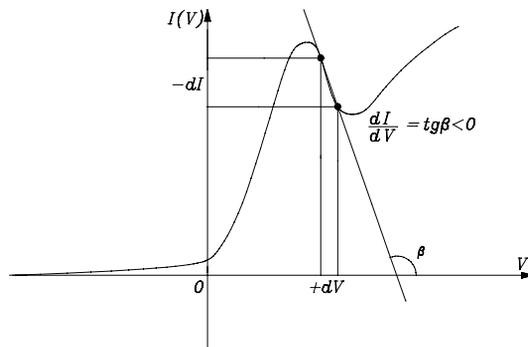


Fig.09

Infatti (Fig.09) possono verificarsi ad esempio piccoli tratti decrescenti della caratteristica nei diodi a gas o della caratteristica anodica dei tetrodi. Dove la curva è decrescente si ottiene, secondo la definizione, una conduttanza o resistenza affetta da segno negativo (a variazioni di corrente negative corrispondono variazioni di tensione positive). Trigonometricamente possiamo osservare che stiamo risolvendo la tangente di un angolo maggiore di 90°

Proponiamo un esercizio applicativo.

Studiamo il circuito di Fig.10. Esso è il più semplice circuito che può essere realizzato con un tubo elettronico: è formato da una batteria che fornisce energia ad un potenziale V_b , un diodo D che in qualche modo lo elabora e una resistenza R_C che funge da carico.

Scriviamo l'equazione della maglia:

$$V_b = V_{do} + V_u \tag{08}$$

La V_u segue la legge di Ohm ed è: $V_u = R_c \cdot I_{do}$ dove I_{do} è la corrente di maglia. Perciò la (08) può essere riscritta in questo modo:

$$V_b = V_{do} + R_c \cdot I_{do} \tag{09}$$

che è una equazione lineare a due incognite V_d e I_d rappresentabile su un piano cartesiano mediante una retta che, in questo caso, noi chiameremo **“retta di carico”**.

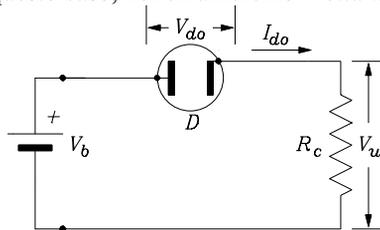
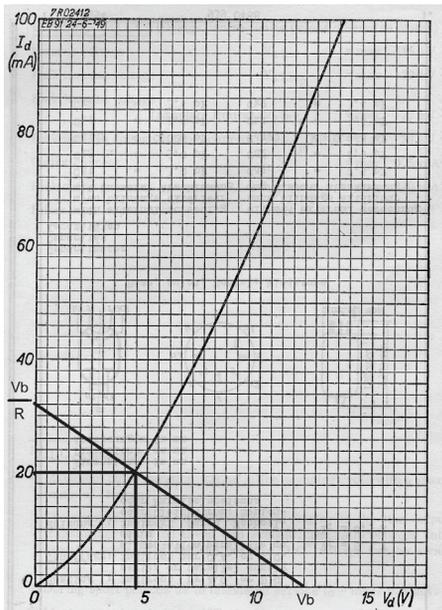


Fig10.



Diagr.04

Risolviamo il sistema (11) in un caso reale.

Abbiamo un tubo doppio **EB91** (EAA91) in cui sono contenuti due diodi uguali e separati. Nel Diagr.04 è riportata la curva caratteristica di uno dei suoi diodi dove si può notare anche come la curva segua molto da vicino la legge di Child-Langmuir. Supponiamo che la batteria B abbia una d.d.p. di **12V** e la resistenza R_c valga **375Ω**. Vogliamo sapere quant'è la tensione V_{do} ai capi del diodo e la corrente I_{do} che vi scorre. Tracciamo la retta di carico. I punti di attraversamento sugli assi sono facilmente individuati.

Infatti dalla $V_b = V_d + R_c \cdot I_d$ si ricava:

$$\begin{aligned} \text{Per } I_d=0 &\rightarrow V_d=V_b && \text{perciò } V_d=12V \\ \text{Per } V_d=0 &\rightarrow I_d=V_b/R && \text{perciò } I_d=12/375=32\text{mA} \end{aligned}$$

La corrente I_d che scorre nel diodo è funzione della tensione V_d ai suoi capi ossia, riprendendo la (02):

$$I_d = f(V_d) \tag{10}$$

La risoluzione del sistema di equazioni:

$$\begin{cases} I_d = f(V_d) \\ V_b = V_d + R_c \cdot I_d \end{cases} \tag{11}$$

porterà alla conoscenza dei valori: V_{do} e I_{do} che risolvono la maglia.

La (11) potrebbe essere risolta con i comuni metodi matematici se si conoscesse perfettamente la forma della (10), ma abbiamo visto che ciò non è possibile, poiché può essere approssimata ad alcune funzioni (legge di Child, legge di Fermi) solo in particolari condizioni. Fortunatamente la (10) è conosciuta sotto forma di linea grafica, perciò la (11) può essere risolta esattamente (a meno degli errori di disegno) mediante tracciamenti geometrici.

Per questi due punti passa la retta di carico. Il punto comune tra la retta di carico e la curva del diodo, dovendo soddisfare sia la retta che la curva, porta alla soluzione del sistema.

Nel nostro caso leggiamo sul diagramma:

$$V_{do}=4,5V; \quad I_{do}=20mA.$$

Abbiamo così determinato, semplicemente con riga e squadra, la tensione applicata al diodo e la corrente che vi scorre (corrente di maglia). Il problema è risolto.

-----*

Per i più esigenti:

Approfondimenti

(1*)

Giustificiamo la (03) - Legge di Child-Langmuir:

Dalla Fisica riportiamo brevemente il problema della determinazione del Potenziale elettrico V in un punto qualsiasi dello spazio quando è nota la distribuzione delle cariche che generano il Campo Elettrico E .

Questo problema si studia mediante l'utilizzo della **equazione di Poisson**:

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (08)$$

in cui ρ rappresenta la densità di carica elettronica, ϵ_0 la costante dielettrica nel vuoto e V , nel nostro caso, la tensione in un punto generico dello spazio interessato rispetto al catodo. La (08), che è scritta molto sinteticamente con l'operatore "nabla" ∇ , non è altro che la seguente semplice (si fa per dire) espressione alle derivate parziali del secondo ordine:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho(x,y,z)}{\epsilon_0} \quad (08a)$$

Mediante la (08a) è possibile determinare il potenziale elettrico V in qualsiasi punto dello spazio catodo-anodo una volta conosciuta la densità di carica ρ che produce il campo E_0 da cui discende il potenziale V .

Un corretto uso di questa equazione richiederebbe però che ρ fosse una funzione continua delle coordinate, il che, nel nostro caso non si verifica perché ρ è necessariamente discontinuo essendo da imputare alla carica granulare degli elettroni. Questo studio porta a dei risultati che sono soltanto approssimativi.

Si ha, comunque:

$$\rho = -nq$$

dove n è il numero degli elettroni e $-q$ è la loro carica.

La (08) diventa:

$$\nabla^2 V = \frac{n \cdot q}{\epsilon_0}$$

da cui:

$$\epsilon_0 \nabla^2 V = nq \quad (08b)$$

Inoltre, la densità di corrente dovuta al moto degli elettroni con velocità u è:

$$J = \rho \cdot u = nqu$$

Dall'espressione generale dell'energia:

$$\frac{1}{2} m \cdot u^2 = qV$$

si ottiene, trascurando la velocità iniziale u_0 degli elettroni:

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot V}{m}} \quad (09)$$

dove m rappresenta la massa dell'elettrone. Tenendo conto della (08b) si può scrivere:

$$\epsilon_0 u \nabla^2 V = nqu = J,$$

ossia, inserendo la (09):

$$J = \epsilon_0 \sqrt{\frac{2q}{m}} \cdot V^{\frac{1}{2}} \cdot \nabla^2 V \quad (10)$$

Integrando la (10) si potrebbe trovare la relazione tra la I e la V . Ciò è possibile in modo esatto nel caso che si considerino gli elettrodi come piani indefiniti paralleli, e, con una certa approssimazione nel caso di elettrodi cilindrici. Quello, però, che per noi ha più interesse è dedurre il tipo di relazione che, in virtù della (10), lega la corrente alla tensione e ciò può ottenersi in modo del tutto generale.

Si moltiplichino nella (10) i potenziali V per un numero qualsiasi h per ottenere una nuova densità di corrente J_h :
Si ha allora, tenendo conto che h si può portare fuori del segno ∇ , perché è una costante:

$$J_h = \epsilon_0 \sqrt{\frac{2q}{m}} \cdot (h \cdot V)^{\frac{1}{2}} \cdot \nabla^2 (hV) = \epsilon_0 \sqrt{\frac{2q}{m}} \cdot h^{\frac{1}{2}} \cdot V^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \nabla^2 (V) = \epsilon_0 \sqrt{\frac{2q}{m}} \cdot V^{\frac{1}{2}} \cdot \nabla^2 (V) \cdot h^{\frac{3}{2}}$$

ossia: $J_h = J \cdot h^{\frac{3}{2}}$ e si può quindi concludere che la corrente varia secondo la potenza $3/2$ della tensione anodica.

(legge di Child-Langmuir):

$$I = K \cdot V^{\frac{3}{2}} \quad (03)$$

(2*)

Giustificiamo la (07). Conduttanza differenziale.

Calcoliamo la derivata rispetto a V della funzione (03) che rappresenta la legge di Child:

$$g = \frac{dI}{dV} = \frac{d}{dV} K \cdot V^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \cdot K \cdot V^{\frac{1}{2}}$$

Dopo aver sviluppato la (03), in funzione di V :

$$V^3 = \frac{I^2}{K^2}; \quad V = \frac{\sqrt[3]{I^2}}{\sqrt[3]{K^2}};$$

esprimendola in funzione della corrente, si ottiene direttamente la (07):

$$g = \frac{3}{2} \cdot K^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{3}} = G \cdot I^{\frac{1}{3}}$$

Capitolo 2°

IL DIODO CON BASSI SEGNALI

Vediamo ora qualche applicazione importante del diodo, usato come **elemento non lineare** in circuiti riguardanti le basse correnti e le basse tensioni.



A destra un doppio diodo a catodi separati EAA91 (6AL5 o EB91) adatto come rivelatore A.M. e F.M.. A sinistra un doppio diodo e un triodo contenuti nello stesso bulbo 6AT6 (EBC90). I singoli elementi elettronici nella 6AT6 realizzano un rivelatore di segnale, un formatore di tensione automatica di guadagno (C.A.G.) ed un amplificatore di tensione.

Misura di piccole tensioni

Supponiamo di dover misurare una tensione costituita da un'oscillazione di piccola ampiezza. Per piccoli valori della tensione la caratteristica di un diodo non è da considerarsi rettilinea, ma decisamente curva (Fig.01), la cui funzione matematica può essere ridotta alla semplice espressione:

$$(1^*) \quad i = gV + hV^2 \quad (01)$$

ipotizzando che la curva sia assimilabile ad un tratto di parabola, senza grandi errori.

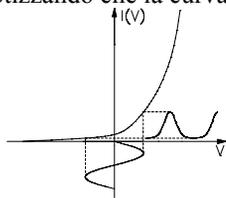


Fig.01

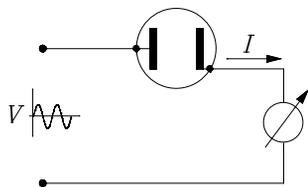


Fig.02

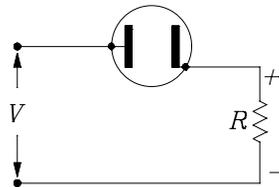


Fig.03

Supponiamo ancora che la V sia alternativa (cioè esente da componenti continue) e che il carico sia costituito da uno strumento di misura a bobina mobile (Fig.02).

Se in qualche modo eliminiamo la componente continua dovuta all'effetto della corrente di lancio (per esempio con un adeguato condensatore in serie allo strumento) lo strumento misuratore, a causa dell'inerzia dell'equipaggio mobile, indica il valore medio della corrente variabile che transita al suo interno, che sarebbe zero se il diodo fosse un componente lineare. Essendo però la corrente affetta da una distorsione di secondo grado l'equipaggio mobile indicherà un **valore quadratico** diverso da zero:

$$(2^*) \quad I_m = hV_{\text{eff}}^2 \quad (02)$$

Circuiti del genere sono appunto utilizzati per voltmetri a valore efficace, che hanno quindi una scala quadratica. Normalmente la tensione rettificata V_u si preleva ai capi di una resistenza R (Fig.03) che spesso è la resistenza interna dello strumento indicatore.

Voltmetri di cresta

Sostituendo alla resistenza R di Fig.03 un condensatore C il funzionamento del circuito viene profondamente modificato (Fig.04).

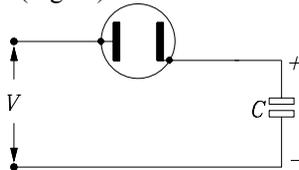


Fig.04

La tensione V_R raddrizzata dal diodo produce una corrente che carica il condensatore con una tensione crescente V_C , fin quando $V_R > V_C$ (Fig.04a).

Dal momento in cui si verifica: $V_R = V_C$ e per tutti i valori successivi di $V_R < V_C$ non vi è più corrente di carica e la tensione V_C ai capi di C rimane costante, finché V_R non torna ad essere maggiore di V_C .

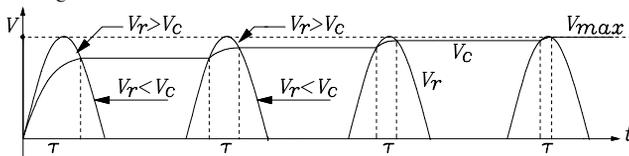


Fig.04a

Come si può vedere dalla Fig.04a, la tensione ai capi di C cresce a gradini sempre più piccoli, con tempi di carica τ sempre più ridotti, finché la V_C non raggiunge il valore massimo di V_R (teoricamente in un tempo infinito). Così il circuito di Fig.04 è in grado di misurare il valore massimo V_{max} raggiunto da una grandezza alternata, ossia realizza un voltmetro di picco o di cresta. Ciò è possibile, in teoria, perché il condensatore C si carica attraverso la resistenza interna del diodo ma non può scaricarsi perché lo supponiamo perfetto, raggiungendo così il valore V_{max} dopo un numero sufficiente di impulsi.

In pratica ciò non può e non deve avvenire.

Non può avvenire perché C non è perfetto e vi sarà sempre un carico R collegato ai suoi capi per poter fare la lettura di V_{max} che tenderà a farlo scaricare, con il risultato di leggere un valore più basso di quello vero (Fig.04c).

Non deve avvenire perché raggiunto, nel caso ideale, un valore V_{max} non potremmo fare più alcuna lettura per tensioni più piccole di V_{max} .

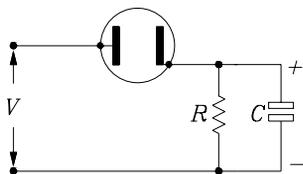


Fig.04b

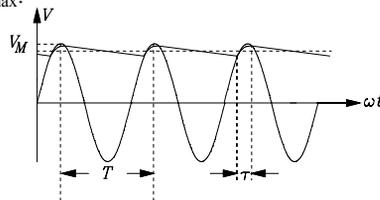


Fig.04c

Perciò il circuito effettivo sarà quello di Fig.04b, dove è stato aggiunto il carico R costituito dallo strumento di misura. In Fig.04c osserviamo il processo di carica e scarica del condensatore C che fa abbassare il valore della tensione di picco letta, producendo un errore di lettura. Per ridurre questo abbassamento la R deve essere la più alta possibile.

L'aggiunta di una resistenza R comporta inoltre delle perdite, che possono riassumersi in una R_i non trascurabile all'ingresso del voltmetro. Questa R è un carico per il generatore o per il circuito su cui vogliamo fare i nostri rilievi. Perciò questi circuiti devono avere una R_i la più alta possibile per non creare squilibrio nel circuito sotto misura.

Vi sono due possibilità di lettura della V_C : una mettendo il lettore R semplicemente ai capi di C (Fig.05a), l'altra, leggendo la differenza di potenziale ai capi del diodo D (Fig.05b).

Le forme d'onda ai capi di R nei due casi sono riportate nelle Fig.05c e 05d. Il diagramma della Fig.05c, che riguarda il circuito di Fig.05a, mostra l'effetto raddrizzatore del diodo D e l'effetto della carica di C a regime (V_M). Il diagramma della Fig.05d, che riguarda la Fig.05b, mostra l'effetto della carica del condensatore C a regime che sposta verso valori negativi il segnale d'ingresso, esattamente del valore di potenziale prodotto ai capi di C.

Proprio per questo effetto di trascinamento verso il basso della tensione del segnale d'ingresso questo circuito è anche chiamato **“circuito fissatore”**.

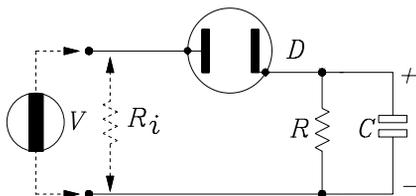


Fig.05a

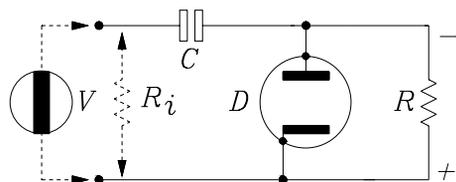


Fig.05b

Come si può osservare sui due diagrammi, il valore medio letto su R è sempre V_M .

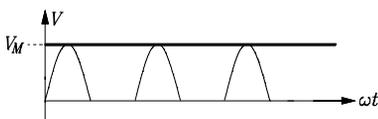


Fig.05c

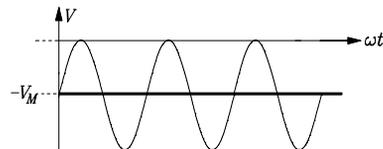


Fig.05d

Ciascuno dei due circuiti ha pregi e difetti.

Il primo (Fig.05a), che chiameremo **“circuito a”**, mostra una resistenza d'ingresso R_i pari alla metà di R ma risente delle componenti continue eventualmente presenti insieme al segnale alternato da misurare.

Il secondo (Fig.05b), che chiameremo **“circuito b”** intercetta le eventuali componenti continue, tramite la stessa C ma presenta all'ingresso una R_i che è solo un terzo della R. In ogni caso tutti e due i circuiti riducono di molto il valore di R.

Riassumendo, possiamo scrivere.

$$(3^*) \quad \text{Circuito "a": } R_i = \frac{R}{2}; \quad \text{Circuito "b": } R_i = \frac{R}{3} \quad (03)$$

Perciò, per esempio, se volessimo realizzare un voltmetro di picco con una resistenza d'ingresso di $1M\Omega$, nel circuito di Fig.05a dovremmo mettere una resistenza di $2M\Omega$ mentre nel circuito di Fig.05b una resistenza di $3M\Omega$.

Rivelatori AM

La rivelazione è un'altra **operazione tipicamente non lineare** nella quale l'uso del diodo è necessario.

Ricordiamo che una tensione v_e di pulsazione ω , modulata in ampiezza con pulsazione ω_m e coefficiente di modulazione "m", rappresentata matematicamente dalla:

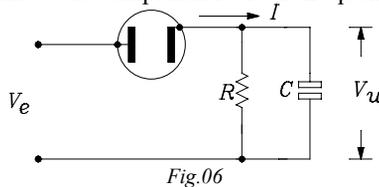
$$v_e = V(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega t \tag{04}$$

si scompone in tre termini di pulsazione $\omega - \omega_m$, ω , $\omega + \omega_m$ la cui espressione è:

$$(4^*) \quad v_e = V \cos \omega t + \frac{mV}{2} \cos(\omega + \omega_m)t + \frac{mV}{2} \cos(\omega - \omega_m)t \tag{05}$$

Questi tre termini rappresentano la portante a pulsazione ω e le bande laterali $\omega - \omega_m$ e $\omega + \omega_m$ equidistanti ω_m dalla portante stessa. La pulsazione ω_m e il coefficiente di modulazione "m" sono gli elementi essenziali del contenuto informativo del segnale. Possiamo dire semplicemente che ω_m rappresenta il "tono" e m il "volume" del segnale.

Introduciamo la tensione modulata v_e nel circuito della Fig.06, in cui il carico del diodo è costituito dalla resistenza R e dal condensatore C di capacità sufficientemente elevata da cortocircuitare a massa le componenti a radiofrequenza.



Applicando la (01) si ha:

$$i = gV_e + hV_e^2 = gV(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega t + hV^2(1 + m \cos \omega t)^2 \cos^2 \omega t \tag{06}$$

dalla quale, attraverso alcuni passaggi matematici ed alcune considerazioni, traiamo la seguente espressione:

$$(5^*) \quad v_u = R \cdot i_u = hRV^2 \cdot m \cos \omega_m t \tag{07}$$

che contiene, oltre ad un termine inessenziale hR , l'ampiezza (quadratica) del segnale V, la pulsazione modulante ω_m e il coefficiente di modulazione "m", che sono i parametri fondamentali che definiscono una modulazione A.M.

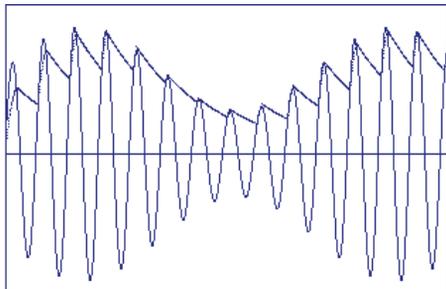


Fig.07a: RC sufficiente

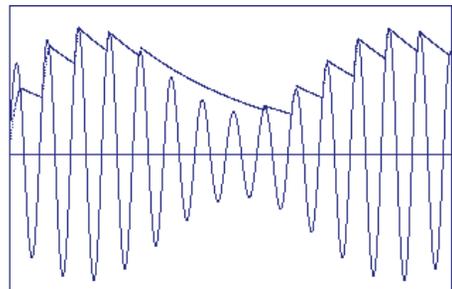


Fig.07b: RC troppo grande

E' importante notare che la capacità del condensatore C deve essere scelta in modo che la costante di tempo del circuito RC non sia troppo grande perché si correrebbe il rischio che la tensione ai suoi capi, anziché essere costituita dalla spezzata (Fig.07a) che raccorda,

grosso modo, tutti i massimi della sinusoide modulata, rivelando perciò l'oscillazione modulante mantenendone intatta l'informazione, scavalcasse, per così dire, alcuni massimi (Fig.07b) dando luogo ad una tensione di uscita fortemente distorta.

Anzi, si può dimostrare che la costante di tempo RC deve soddisfare la complicata espressione:

$$(6^*) \quad RC \leq \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{1-m^2}}{m} \cdot T_m \quad (07a)$$

dove "m" è il coefficiente di modulazione e T_m è il periodo della massima frequenza del messaggio modulante.

La (07a) ci mostra a sorpresa che, con una modulazione al 100% ($m=1$), è teoricamente impossibile realizzare una Rivelazione AM esente da distorsione, poiché il prodotto RC dovrebbe essere addirittura minore di zero! Quindi, secondo la (07a), possiamo concludere che per avere un buon segnale rivelato la profondità di modulazione non dovrebbe superare mai il 60-70%.

-----*

Facciamo un esempio di calcolo su un caso abbastanza realistico:

Si abbia un canale A.M. con una banda passante **B** di 10KHz ($B=2f_m$ da cui $f_m=5\text{KHz} \rightarrow T_m=200 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$), e con una profondità di modulazione massima pari a $m=0,5$ (50%); calcoliamo la costante di tempo di rivelazione **RC**:

$$RC \leq \frac{1}{6,28} \cdot \frac{\sqrt{1-0,5^2}}{0,5} \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cong 55 \mu \text{ sec}$$

Il valore trovato è molto vicino a quello che viene comunemente usato per il calcolo di **R** e **C** nei gruppi di rivelazione dei ricevitori A.M. ($R=560\text{K}\Omega, C=100\text{pF}$, per esempio)

Traslazione di frequenza

Anche la traslazione o conversione di frequenza, che, come è noto, è quella operazione mediante la quale una funzione oscillante di una certa pulsazione ω_1 viene trasferita ad un'altra di pulsazione ω_M , tramite l'utilizzo di una funzione oscillante ausiliaria ω_2 , si può eseguire per mezzo di un diodo.

In questo caso la corrente nel diodo non dipende solo dalle tensioni di segnale applicate ma anche da tutte le distorsioni di non linearità che si producono all'interno di esso, perciò la corrente $i(t)$ conterrà tutte le frequenze nate dalla linearità e dalla non linearità dell'elemento adoperato.

Se supponiamo, per semplicità, che il sistema abbia una non linearità importante solo del secondo ordine, in modo da poter trascurare tutti gli altri termini di ordine superiore, possiamo considerare valida la (01) che qui riportiamo.

$$i = gV + hV^2$$

Esaminiamo ora il sistema a blocchi di Fig.08 dove sono evidenziati un circuito sommatore, un elemento distorcente (diodo) e un filtro passa banda e vediamo il suo funzionamento.

Se introduciamo nel sommatore due segnali sinusoidali V_1 e V_2 a pulsazioni diverse ω_1 e ω_2 all'uscita avremo, ovviamente, data la sua linearità, un segnale somma:

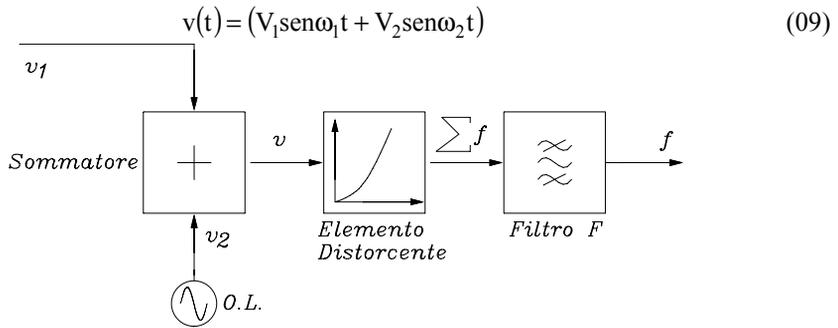


Fig.08

Quando il segnale somma $v(t)$ viene introdotto nel diodo si verificano fenomeni di distorsione e alla sua uscita avremo un segnale complesso formato da tanti segnali tutti a pulsazione diversa, dovuti al grado massimo della distorsione del sistema.

Accettando una distorsione di secondo grado senza altri termini superiori significativi, essi sono: $\omega_1, \omega_2, 2\omega_1, 2\omega_2, \omega_1+\omega_2, \omega_1-\omega_2, 0$, espressi in frequenza:

(7*) (10)

$$f_1, f_2, 2f_1, 2f_2, f_1 + f_2, f_1 - f_2$$

Se all'uscita del sistema distorcente poniamo un filtro di banda F sintonizzato su una qualsiasi di queste frequenze, avremo alla sua uscita solo la frequenza sintonizzata mentre tutte le altre saranno praticamente eliminate. Se, per esempio, il filtro di banda è stato accordato sulla frequenza $f_{MF} = f_1 - f_2$, avremo all'uscita del sistema solo la f_{MF} la cui espressione è:

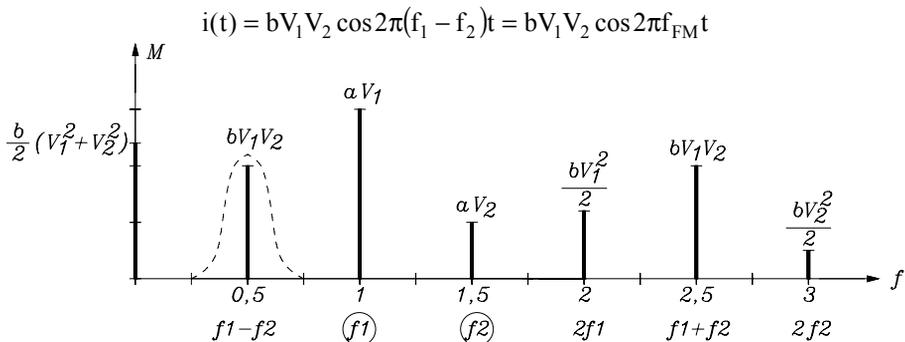


Fig.09

In Fig.09, sono riportate nello spettro le varie frequenze prodotte dalla distorsione con le proprie ampiezze, tra le quali è stata selezionata la $f_{MF} = f_1 - f_2$, mediante l'apposito filtro (campana tratteggiata). Il rapporto di frequenze scelto è di 1,5 perciò se $f_1=1000\text{KHz}$ e $f_2=1500\text{KHz}$, abbiamo $f_2-f_1=f_{FM}=500\text{KHz}$, che è un valore vicino a quello normalmente utilizzato nella media frequenza delle supereterodine.

E' interessante notare come l'ampiezza del segnale utile f_{MF} in uscita dal sistema di fig.08 dipenda, a parte il fattore inessenziale "b", dal **prodotto** delle ampiezze dei segnali V_1 e V_2 d'ingresso:

$$i(t) = bV_1V_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t$$

Ciò è molto importante per la progettazione perché, se uno dei segnali d'ingresso è piccolo (ad esempio, il segnale d'antenna su un ricevitore), l'altro segnale (per esempio il segnale

dell'oscillatore locale) può essere realizzato molto grande in modo che dal prodotto dei due ne esca un segnale sufficientemente ampio

-----*

Per i più esigenti.

Approfondimenti

(1*)

Giustificiamo la (01).

Per vedere come si può utilizzare la curvatura della caratteristica, sviluppiamo in serie la $i(t)$ nell'intorno del punto di funzionamento, considerando come origine delle tensioni il punto zero. Valutando che la curva interessata si possa approssimare ad un tratto di parabola, possiamo scrivere:

$$i = i_0 + \frac{di}{dv} V + \frac{1}{2} \frac{d^2i}{dv^2} V^2 + \dots$$

arrestando lo sviluppo in serie al termine di secondo grado contenente V^2 e considerando irrilevanti tutte le distorsioni di ordine superiore a due. Se inoltre possiamo trascurare la i_0 perché molto piccola o perché eliminabile circuitualmente, valutando anche che la grandezza da misurare è alternata (ossia senza componente continua), possiamo scrivere:

$$i = \frac{di}{dv} V + \frac{1}{2} \frac{d^2i}{dv^2} V^2 + \dots$$

Facendo le seguenti sostituzioni:

$$\frac{di}{dv} = g ; \quad \frac{1}{2} \frac{d^2i}{dv^2} = h$$

si ottiene l'espressione quadratica (01):

$$i = gV + hV^2 \quad (01)$$

-----*

(2*)

Giustificiamo la (02). Valore quadratico.

Possiamo esprimere matematicamente il valore medio secondo la definizione:

$$I_m = \frac{1}{T} \int_T i(t) dt$$

Per la (01) possiamo scrivere:

$$I_m = \frac{1}{T} \int_T i(t) dt = \frac{1}{T} \int_T (gV + hV^2) dt$$

da cui:

$$I_m = \frac{1}{T} \int_T gV dt + \frac{1}{T} \int_T hV^2 dt = h \frac{1}{T} \int_T V^2 dt = hV_{\text{eff}}^2$$

Il primo integrale del secondo membro è nullo perché rappresenta il valore medio di una tensione alternativa mentre il secondo termine esprime il quadrato del valore efficace; pertanto lo strumento dà una indicazione proporzionale al quadrato del valore efficace della tensione.

$$I_m = hV_{\text{eff}}^2 \quad (02)$$

-----*

(3*)

Giustificiamo le (03).Cerchiamo di determinare la resistenza R_i in ambedue i circuiti.

1° **Circuito.** Tenendo presente la Fig.05a possiamo pensare che all'ingresso del circuito vi sia una **tensione alternata**: $v(t) = V_M \sin \omega t$, mentre ai capi di C una **tensione continua**: $v(t) = V_M$.

Le potenze associate ai due segnali sono perciò:

$$P_i = \frac{V_M^2}{2R_i} \quad P_u = \frac{V_M^2}{R}$$

Non considerando le perdite nel diodo possiamo scrivere che:

$$P_i = P_u$$

Da cui:

$$R_i = \frac{R}{2}$$

2° **Circuito.** Tenendo presente la Fig.05b (ma si tenga conto anche della Fig.05d), possiamo dire ora che il segnale ai capi del diodo D e quindi della resistenza R è composto da $v(t) = V_M \sin \omega t$ e da $v(t) = V_M$, perciò la potenza totale sul carico sarà formata dalla somma delle potenze perdute su R dai due segnali, ossia:

$$P_u = \frac{V_M^2}{2R} + \frac{V_M^2}{R}$$

Con le stesse posizioni adottate nel 1° circuito possiamo scrivere:

$$R_i = \frac{R}{3}$$

-----*

(4*)

Giustificiamo la (05).

Togliendo le parentesi alla (04) otteniamo:

$$v_e = V \cos \omega t + mV \cos \omega t \cdot \cos \omega_m t$$

dove compare il prodotto di due coseni. Ricordando che il prodotto trigonometrico tra coseni è uguale a:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

si ottiene la (05).

-----*

(5*)

Giustificiamo la (07).

Il primo termine della (06) che moltiplica g è costituito da tre pulsazioni ($\omega - \omega_m$, ω , $\omega + \omega_m$) le quali, essendo $\omega_m \ll \omega$, sono tutte vicine tra loro e a radiofrequenza, perciò cortocircuitate da C verso massa e non compaiono all'uscita. Rimane il secondo termine della (06) che si può scrivere, ricordando l'espressione del quadrato di un coseno:

$$i = hV^2 (1 + m \cos \omega t)^2 \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} = \frac{hV^2}{2} (1 + m \cos \omega_m t)^2 + \frac{hV^2}{2} (1 + m \cos \omega_m t)^2 \cos 2\omega t$$

Sviluppando trigonometricamente il secondo termine al secondo membro si vede che in esso compaiono le pulsazioni 2ω , $2(\omega \pm \omega_m)$; $2(\omega \pm 2\omega_m)$ che sono anch'esse tutte a radiofrequenza e quindi cortocircuitate a massa da C. L'unico termine utile rimane il primo e cioè:

$$i_u = \frac{hV^2}{2} (1 + m \cos \omega_m t)^2$$

che, sviluppando il quadrato, provoca una caduta di tensione v_u sulla resistenza R pari a:

$$v_u = R \cdot i_u = \frac{hRV^2}{2} + hRV^2 m \cos \omega_m t + \frac{hRV^2}{2} m^2 \cos^2 \omega_m t \quad (08)$$

Dei tre termini di cui la tensione utile è costituita, il primo è continuo e si elimina facilmente (ad. es. derivando l'uscita attraverso un condensatore), il terzo è proporzionale al quadrato della funzione modulante e costituisce una distorsione, che è piccola solo se $m \ll 1$ (ossia in condizioni di bassa profondità di modulazione), il secondo termine, infine, è proporzionale alla funzione modulante ed è proprio il termine che ci interessa.

$$v_u = R \cdot i_u = hRV^2 m \cos \omega_m t$$

ossia la (07)

-----*-----
(6*)

Vediamo di giustificare la (07a). La (Fig.06) che qui riportiamo, mostra il circuito base del processo di carica del condensatore C attraverso il diodo D e della sua scarica attraverso la resistenza R :

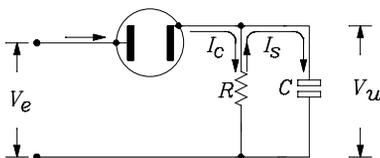


Fig.06a

In un processo di carica e scarica le cui correnti sono I_c di carica e I_s di scarica, con una V_e d'ingresso a **valore costante**, sappiamo già che tanto più grande è C tanto più la tensione V_u tende al valor massimo di V_e , a parità di R . Nel nostro caso, però, la tensione V_e all'entrata del circuito non è a valore costante ma segue le vicissitudini della modulazione. Occorre, quindi, che la tensione di valor massimo V_u ai capi di C debba necessariamente seguire con fedeltà le variazioni d'ampiezza del segnale V_e per evitare distorsioni. Ciò si verifica sempre, quando il segnale aumenta per effetto della modulazione. Quando invece, per lo stesso effetto della modulazione, la tensione di segnale diminuisce, anche la tensione di scarica deve diminuire per seguirne l'andamento e, per ottenere ciò, la variazione della **tensione di scarica** di C deve essere **maggiore** della massima variazione (in diminuzione) della tensione involuppo prodotta dalla modulazione (confrontare le Fig.07a e 07b). Se indichiamo con la funzione:

$$v(t) = V_e e^{-\frac{t}{RC}} \quad (2)$$

la **tensione di scarica** di C e con:

$$e(t) = V(1 + m \cdot \text{sen} \omega_m t) \quad (3)$$

l'involuppo di modulazione, possiamo scrivere, per entrambi, le variazioni relative: per la (2), otteniamo:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{dt}{RC}$$

per la (3), otteniamo:

$$\frac{de}{e} = \frac{m \cdot \omega_m \cdot \cos \omega_m t \cdot dt}{(1 + m \cdot \text{sen} \omega_m t)} \quad (4)$$

Poiché abbiamo detto che la variazione relativa della $v(t)$ di scarica deve essere maggiore della velocità di diminuzione della tensione d'involuppo, dovremo imporre:

$$\frac{dv}{v} \geq \frac{de}{e} \quad (5)$$

cioè:

$$-\frac{dt}{RC} \geq \frac{m \cdot \omega_m \cos \omega_m t \cdot dt}{1 + m \cdot \text{sen} \omega_m t} \quad (6)$$

da cui otteniamo, semplificando e modificando:

$$-\frac{1}{\omega_m RC} \geq \frac{m \cdot \cos \omega_m t}{(1 + m \cdot \text{sen} \omega_m t)} \quad (7)$$

Questa disuguaglianza deve essere soddisfatta per qualsiasi valore assunto dal secondo membro, perciò anche dal suo valore massimo. Per trovare il valore massimo del secondo membro, facciamo la derivata di esso nel tempo e poniamo il risultato uguale a zero:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{m \cdot \cos \omega_m t}{1 + m \cdot \text{sen} \omega_m t} \right) = \\ = - \frac{m \cdot \omega_m \cdot \text{sen} \omega_m t (1 + m \cdot \text{sen} \omega_m t) + m \cdot \cos \omega_m t \cdot m \cdot \omega_m \cdot \cos \omega_m t}{(1 + m \cdot \text{sen} \omega_m t)^2} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Per soddisfare l'espressione trovata basta porre uguale a zero il numeratore.

A seguire, abbiamo:

$$\begin{aligned} m \omega_m \text{sen} \omega_m t + m^2 \omega_m \text{sen}^2 \omega_m t + m^2 \omega_m \cos^2 \omega_m t = \\ = m \omega_m \text{sen} \omega_m t + m^2 \omega_m (\text{sen}^2 \omega_m t + \cos^2 \omega_m t) = \\ = m \omega_m \text{sen} \omega_m t + m^2 \omega_m = m \omega_m \cdot (m + \text{sen} \omega_m t) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Dalla (9) si ricava che deve essere:

$$\text{sen} \omega_m t = -m \quad (10)$$

Ricordiamo dalla trigonometria che:

$$\cos \omega_m t = \pm \sqrt{1 - \text{sen}^2 \omega_m t} \quad (11)$$

Per ragioni di fisica realizzabilità (la costante di tempo RC non può essere minore di zero), scegliamo la soluzione negativa della (11). Quindi, tenendo conto della (10), la (7) si trasforma in:

$$\frac{1}{\omega_m RC} \geq \frac{m \cdot \sqrt{1 - \text{sen}^2 \omega_m t}}{(1 + m \cdot \text{sen} \omega_m t)} = \frac{m \sqrt{1 - m^2}}{(1 - m^2)} = \frac{m}{\sqrt{1 - m^2}} \quad (12)$$

da cui, finalmente, si risale alla (07a):

$$R \cdot C \leq \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{1 - m^2}}{m} \cdot T_m \quad (07a)$$

Come abbiamo già visto, la costante di tempo CR gioca un ruolo molto importante nella distorsione di rivelazione. Infatti questa costante, se è mal dimensionata (si faccia il confronto tra la Fig.07a e la Fig.07b), può determinare la perdita di informazione durante le variazioni negative dell'involuppo del segnale, sia perché è troppo elevata la percentuale di modulazione ($m \rightarrow 1$), sia perché è troppo elevata la frequenza f_m del messaggio modulante.

-----*

Osserviamo le conseguenze della (07a) attraverso alcuni esempi significativi.

La Fig.10 mostra una situazione normale dove il decremento della tensione su C riesce a seguire l'involuppo della modulazione, per cui il segnale rivelato è discretamente simile al segnale modulante di partenza.

In Fig.11, un aumento delle frequenza di modulazione porta a distorsioni con perdita di informazione, perché non tutti i picchi del segnale modulato vengono toccati.

In Fig.12 la evidente distorsione è dovuta ad una percentuale di modulazione troppo elevata.

Infine, la Fig.13 mostra che, se la portante ha una frequenza notevolmente più grande del messaggio modulante, la seghettatura diventa più fitta e più sottile in modo da essere completamente trascurata, ed il segnale rivelato risulta molto più simile a quello di partenza.

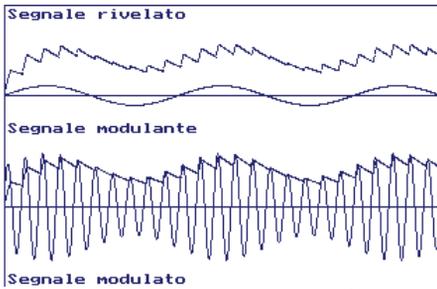


Fig.10 – situazione normale

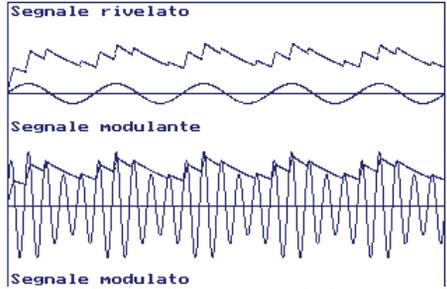


Fig.11 – distorsione per f_m elevata

a

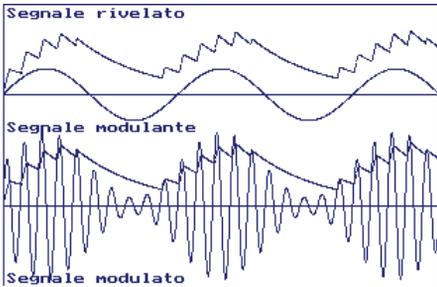


Fig.12 – distorsione per m elevato

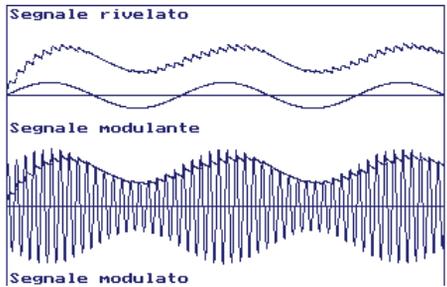


Fig.13 – $f_o \gg f_m$ (ottimale)

-----*-----
(7*)

Giustificiamo la (10).

Supponiamo, per semplicità, che il sistema abbia una non linearità importante solo del secondo ordine, in modo da poter trascurare tutti gli altri termini di ordine superiore. Se applichiamo al suo ingresso (Fig.08) un segnale $v(t)$ somma di due segnali sinusoidali, cioè:

$$v(t) = (V_1 \text{sen}\omega_1 t + V_2 \text{sen}\omega_2 t)$$

e limitiamo lo sviluppo di $i(t)$ ai termini di 1° e 2° ordine, per la (01), possiamo scrivere:

$$i(t) = a \cdot (V_1 \text{sen}\omega_1 t + V_2 \text{sen}\omega_2 t) + b \cdot (V_1 \text{sen}\omega_1 t + V_2 \text{sen}\omega_2 t)^2 + \dots$$

Queste relazioni, sviluppate, danno:

$$i = aV_1 \text{sen}\omega_1 t + aV_2 \text{sen}\omega_2 t + bV_1^2 \text{sen}^2 \omega_1 t + bV_2^2 \text{sen}^2 \omega_2 t + 2bV_1 V_2 \text{sen}\omega_1 t \cdot \text{sen}\omega_2 t$$

Ricordando dalla trigonometria le seguenti espressioni,

$$\text{sen}^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha; \quad \text{sen}\alpha \cdot \text{sen}\beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

possiamo scrivere:

$$i(t) = aV_1 \text{sen}\omega_1 t + aV_2 \text{sen}\omega_2 t + \frac{bV_1^2}{2} - \frac{bV_1^2}{2} \cos 2\omega_1 t + \frac{bV_2^2}{2} + \frac{bV_2^2}{2} \cos 2\omega_2 t + bV_1 V_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t - bV_1 V_2 \cos(\omega_1 + \omega_2)t$$

Perciò, il segnale d'uscita da un sistema distorcente del solo 2° ordine contiene le frequenze:

$$f_1, f_2, 2f_1, 2f_2, f_1 + f_2, f_1 - f_2$$

più una componente continua di ampiezza pari a:

$$\frac{b}{2} (V_1^2 + V_2^2)$$

Tra tutti questi segnali è importante quello con la frequenza f_{FM} :

$$f_{FM} = f_1 - f_2$$

che produce la cosiddetta Media Frequenza nei circuiti Radio a Supereterodina.

-----*