

## Capitolo 12°

# LA RETROAZIONE NEGATIVA

### Prerequisiti:

Per la Matematica:

Oltre alla Matematica di base è bene avere conoscenza: dei numeri complessi, della trigonometria, del concetto di variazione di una grandezza.

Per l'Elettronica:

Conoscenza dell'elettronica e dell'elettrotecnica di base.

### Obiettivi:

Saper indicare i pregi e i difetti di una controreazione. Saper riconoscere il tipo di reazione su schemi elettronici. Saper impostare il calcolo di un semplice Amplificatore Controreazionato.

### GENERALITA' SULLA RETROAZIONE

Parleremo ora di un argomento concettualmente molto importante che è alla base di molti fenomeni fisici e che si presenta spesso sotto aspetti diversi e a volte anche di difficile interpretazione. Per questi motivi il suo studio deve essere portato avanti con molta attenzione e con molta riflessione. Questo argomento riguarda la Retroazione.

Possiamo innanzi tutto darne una immediata definizione dicendo che per "**Retroazione**" s'intende quel metodo attraverso il quale, in un sistema qualsiasi (in particolare in un amplificatore elettronico), una parte  $\beta$  della grandezza d'uscita  $V_u$  viene riportata in qualche modo all'ingresso per combinarsi con il segnale esterno in arrivo  $V_i$  modificando, così, lo stesso segnale d'uscita  $V_u$ ; ciò deve avvenire in modo tale da ottenere principalmente quelle caratteristiche specifiche che sono state imposte dalla progettazione. Lo schema a blocchi funzionale che rappresenta il fenomeno di cui parliamo è mostrato in Fig.01. Generalmente, il triangolo orientato  $A_0$  contiene l'unico elemento attivo del sistema. In rari casi però anche il quadratino  $\beta$  può contenere un elemento attivo (si pensi ad un CAG amplificato nei radioricevitori professionali).

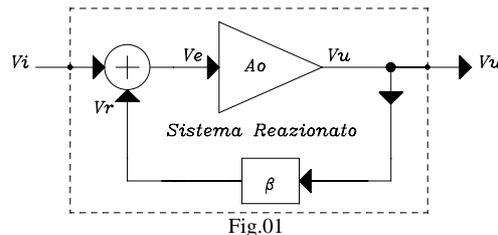


Fig.01

Se il segnale retrocesso  $V_r$  è in fase con il segnale in arrivo, si ha una *Reazione Positiva o Rigenerazione* o più semplicemente "*Reazione*"; se il segnale retrocesso è in opposizione al segnale in arrivo si ha una *Reazione Negativa*, detta anche "*Controreazione*".

Diamo alcune definizioni.

Definiamo l' "**Amplificazione con Reazione**" o *Estrinseca* o *Esterna* " $A_r$ " come il rapporto tra la tensione d'uscita e la tensione all'ingresso **dell'intero sistema reazionato** di Fig.01 (contornato dalla linea tratteggiata). Quindi  $A_r$  è:

$$A_r = \frac{V_u}{V_i}; \quad (01)$$

Con  $A$  (o con  $A_0$ ), invece, definiamo l' "**Amplificazione intrinseca**" o *Interna*, ossia il rapporto tra il valore della tensione d'uscita  $V_u$  e il valore della tensione  $V_e$  del segnale che effettivamente entra nell'Amplificatore (si osservino l'ingresso e l'uscita del triangolo della Fig.01 che rappresenta l'amplificatore interno  $A_0$ ):

$$A = \frac{V_u}{V_e}; \quad (01a)$$

Troviamo adesso quale relazione esiste tra l' "**Amplificazione con Reazione**" o *Estrinseca* " $A_r$ " e l' "**Amplificazione senza Reazione**" o *Intrinseca* " $A$ ".

Osserviamo ancora la Fig.01, e notiamo che la tensione di segnale effettivo  $V_e$  che entra nell'Amplificatore è uguale alla *somma algebrica* del segnale esterno in ingresso  $V_i$  e il segnale interno di ritorno  $V_r$ . Sviluppamo, tenendo opportunamente conto del coefficiente di reazione  $\beta$ , tramite il quale la tensione d'uscita ritorna all'ingresso di una quantità pari a:  $V_r = \beta \cdot V_u$ :

$$V_e = V_i + V_r = V_i + \beta V_u$$

$$V_i = V_e - \beta V_u$$

Perciò, l'amplificazione con reazione o Esterna avrà l'espressione:

$$A_r = \frac{V_u}{V_i} = \frac{V_u}{V_e - \beta V_u}$$

Dividendo numeratore e denominatore per  $V_e$ , abbiamo:

$$A_r = \frac{\frac{v_u}{v_e}}{\frac{v_e}{v_e} - \beta \frac{v_u}{v_e}}$$

ossia, per la (01a):

$$A_r = \frac{A}{1 - \beta A} \quad (02)$$

Questa è l'espressione matematica *fondamentale* che lega "A<sub>r</sub>" ad "A" e che caratterizza un sistema in qualsiasi modo reazionato. Ora vi sono due possibilità importanti per quanto riguarda il valore assoluto del segnale di ritorno V<sub>r</sub>: esso può essere positivo o negativo, ossia, più esattamente, tra tutti gli infiniti valori di fase che può assumere, in particolare può essere in fase o in opposizione rispetto a V<sub>i</sub>. Questi due valori ci interessano molto. Alla luce di queste due possibilità possiamo affermare che:

Se V<sub>r</sub> è positivo (in fase) abbiamo la **Reazione** ( $\beta A > 0$ )

Se V<sub>r</sub> è negativo (in opposizione) abbiamo la **Controreazione** ( $\beta A < 0$ ).

Tenendo conto del segno, l'**espressione generale** e definitiva di un sistema comunque reazionato sarà quindi data da:

$$A_r = \frac{A}{1 - (\pm\beta A)} \quad (03)$$

### LA CONTROREAZIONE IN GENERALE.

Dopo aver affrontato lo studio della retroazione nei suoi aspetti fondamentali, spendiamo ora qualche parola sulla controreazione e sui suoi effetti.

E' opportuno notare che il concetto di controreazione è molto generale ed è applicato a tutti i sistemi che debbono essere intrinsecamente stabili, siano essi amplificatori elettronici, o sistemi di controllo o di regolazione o di asservimento e così via. Correttori di rotta, piloti automatici, stabilizzatori di tensione, servosterzi ecc., sono tutti sistemi controreazionati.

Ma possiamo estendere il concetto ed andare oltre, per individuare così la controreazione in numerosi fatti ed azioni quotidiane (camminare eretti o mantenere la calma, ad esempio!), fino ad arrivare ai grandi sistemi meteorologici, climatici, al sistema solare, o addirittura a tutto l'universo, ed ancora, perché no, agli equilibri politici, agli accordi internazionali, per continuare con la statica e la dinamica nella fisica, con le costruzioni civili, i ponti, i viadotti....ecc; questi qui riportati sono tutti esempi di sistemi dove è applicata profondamente, in modo più o meno evidente, la controreazione.

Quindi, tutto ciò che è stabile ha bisogno di un'azione a cui corrisponde una reazione uguale ed opposta. Esso è, in queste condizioni, un sistema controreazionato. Perciò, in generale, noi potremmo vedere le grandezze di ingresso e di uscita del sistema assumere dimensioni di diversa natura, ma ciò non fa cambiare la sostanza della discussione.

L'uso della lettera **V** come iniziale di voltaggio non deve ingannarci e farci limitare il nostro campo d'azione ai soli apparati elettronici. Usiamo questa lettera solo per comodità. Perciò, anche "A" non sarà sempre l'adimensionale rapporto tra due tensioni elettriche, ma potrà assumere le dimensioni più diverse. Ad esempio, in un'automobile il numero di giri del motore è proporzionale allo spostamento in basso del pedale dell'acceleratore: qui **A** assume le dimensioni di giri/cm; in un motore elettrico a collettore con eccitazione costante la velocità dell'asse è proporzionale alla tensione applicata, quindi **A** assume le dimensioni di (giri / min) · volt , ecc.

Dopo questa piccola digressione di carattere generale, che però ci ha allargato notevolmente l'orizzonte della vastità del problema, ritorniamo allo studio degli *amplificatori elettronici controreazionati*.

### STUDIO DELLA CONTROREAZIONE NEGLI AMPLIFICATORI

Studiamo, ora, la controreazione e i suoi effetti nel caso degli amplificatori elettronici. L'**espressione generale della controreazione** che lega A<sub>r</sub> ad A, se si tiene conto dei segni nella (03) e dei valori di  $\beta A$ , risulta perciò essere:

$$A_r = \frac{A}{1 + \beta A} \quad (04)$$

*Questa, da ora in poi, sarà l'espressione che adopereremo.*

Se per qualche motivo o condizione  $\beta A$  assumesse il valore -1 il circuito sarebbe instabile perché il denominatore della (04) diventerebbe zero e A<sub>r</sub> tenderebbe all'infinito. Questa situazione è sempre ed assolutamente da evitare.

### CARATTERISTICHE DELLA CONTROREAZIONE

Le caratteristiche peculiari degli effetti della controreazione possono dividersi sostanzialmente in due gruppi concettualmente distinti.

#### 1) Gruppo delle caratteristiche generali, comuni a tutti i tipi di reazione negativa.

Comprende le seguenti specifiche fondamentali che possono verificarsi in un Amplificatore, indipendentemente dal tipo o dal circuito di controreazione adoperato:

- 1) Diminuzione dell'Amplificazione.
- 2) Stabilità dell'Amplificazione.
- 3) Aumento della Banda passante.
- 4) Diminuzione della Distorsione.
- 5) Diminuzione del Rumore.

## 2) Gruppo delle caratteristiche che dipendono dal tipo di controreazione adoperato.

Oltre alle specifiche fondamentali già citate e sempre presenti, comprende le fenomenologie che riguardano:

- 1) L'aumento o la diminuzione dell'Impedenza d'Ingresso.
- 2) L'aumento o la diminuzione dell'Impedenza d'Uscita.

### GRUPPO DELLE CARATTERISTICHE GENERALI

Vediamo un po' più da vicino ciascuna delle caratteristiche su menzionate, *partendo da quelle generali*.

#### 1) Diminuzione dell'Amplificazione.

La (04) mostra che  $A_r$  è sempre minore di  $A$ . Anzi, se  $A$  è molto grande e quindi  $\beta A \gg 1$ , possiamo arrivare a scrivere:

$$A_r \cong \frac{A}{\beta A} \cong \frac{1}{\beta} \quad (05)$$

Si riscontra l'apparente stranezza per cui, tanto più grande è l'Amplificazione Intrinseca (ossia effettiva)  $A$ , tanto meno l'Amplificazione  $A_r$  risulta dipendente da essa, restando invece dipendente solo da  $\beta$ , ossia solo dalle caratteristiche del circuito di reazione. Il valore di  $A_r$  diviene molto basso ma anche molto stabile, come dimostreremo fra poco. Questo risultato porta, nella progettazione, ad utilizzare amplificatori con forte Amplificazione Intrinseca  $A$  (Amplificatori Operazionali) e ad avere molta cura nello scegliere i componenti del circuito di reazione  $\beta$ , poiché la stabilità di questi componenti è fondamentale per la stabilità dell'Amplificazione dell'intero sistema controreazionato.

La diminuzione dell'Amplificazione è l'unico aspetto svantaggioso della controreazione.

#### 2) Stabilità dell'Amplificazione.

La stabilità dell'amplificazione è un parametro molto importante in un Amplificatore, poiché garantisce la certezza della ripetibilità della sua azione nel tempo. Ebbene, la valutazione della stabilità dell'Amplificazione in un amplificatore controreazionato è data dall'espressione:

$$(1^*) \quad \frac{dA_r}{A_r} = \frac{1}{(1 + \beta A)} \cdot \frac{dA}{A} \quad (06)$$

che ci dimostra come la variazione relativa dell'Amplificazione reazionata  $A_r$  è  $(1 + \beta A)$  volte più piccola della variazione relativa dell'Amplificazione Intrinseca  $A$ .

Perciò, si può affermare che tanto più grande è il termine di controreazione  $F = (1 + \beta A)$ , tanto minore, purtroppo, sarà l'amplificazione totale  $A_r$ , ma, anche, tanto maggiore sarà la sua stabilità quando, inevitabilmente varieranno le condizioni ambientali ed intrinseche di funzionamento (temperatura, alimentazione, invecchiamento dei componenti, ecc.).

#### 3) Aumento della Banda Passante.

La Banda Passante si allarga perché l'effetto della controreazione è tale da far diminuire la frequenza di taglio inferiore e far aumentare la frequenza di taglio superiore del canale di trasmissione. Il concomitante spostamento in senso opposto di questi due valori porta *teoricamente* ad un suo notevole allargamento.

Le relazioni che legano le frequenze di taglio inferiore  $\omega_{br}$  e superiore  $\omega_{ar}$  del sistema controreazionato a quelle  $\omega_b$  e  $\omega_a$  dell'Amplificatore in assenza di controreazione sono, per la frequenza di taglio inferiore:

$$(2^*) \quad \omega_{br} = \frac{\omega_b}{(1 + \beta A_{med})} \quad (07)$$

e, per la frequenza di taglio superiore:

$$(2^*) \quad \omega_{ar} = \omega_a (1 + \beta A_{med}) \quad (08)$$

Si può mettere in rilievo come vi sia, molto teoricamente, in base alla (07) e alla (08), un forte aumento della banda passante. Infatti la frequenza di taglio inferiore si riduce del termine  $(1 + \beta A_{med})$  mentre la frequenza di taglio superiore aumenta dello stesso fattore moltiplicativo che solitamente è **discretamente grande**. Possiamo concludere che, **in teoria**, la reazione negativa fa aumentare notevolmente la banda passante di un sistema amplificatore sia verso le basse e sia verso le alte frequenze. Le cose, **in pratica**, purtroppo sono alquanto diverse e non così celestiali come qui sembrano perché dobbiamo tener conto delle impedenze d'ingresso e d'uscita e dei collegamenti con l'esterno dove purtroppo la controreazione non incide. Questi sono i "colli di bottiglia" che tendono a ridurre la banda passante, facendo perdere molto degli effetti positivi della controreazione.

**4) Diminuzione della Distorsione.**

Sappiamo che lo scopo (o il sogno) principale dell'Elettronica Lineare è di amplificare i segnali senza introdurre nella loro forma variazioni indesiderate. In realtà, purtroppo, ciò non si verifica e addirittura nell'interno dello stesso amplificatore ci sono le cause che producono la distorsione, che rovina la purezza del segnale amplificato. Ebbene, **la controreazione abbassa la distorsione**. Vediamo di spiegare teoricamente, con un modello, come ciò possa avvenire. Sia **D** la distorsione dovuta al solo amplificatore senza reazione e **D<sub>r</sub>** quella all'uscita dell'Amplificatore con reazione negativa. Immaginiamo che **D** sia un segnale spurio che penetri in **A** da una qualsiasi zona non necessariamente identificata, ma diversa dall'ingresso.(Fig.02).

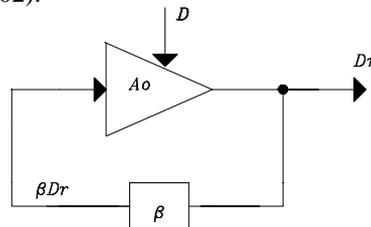


Fig.02

Se non vi fosse controreazione avremmo in uscita la stessa **D**. Con la controreazione vi sarà invece una distorsione **D<sub>r</sub>** diversa da **D**. Il suo valore matematico, è dato da:

(3\*) 
$$D_r = \frac{D}{(1 + \beta A)}$$
 (09)

L'espressione ci dimostra, quindi, che la distorsione diminuisce del fattore **F = (1+βA)**.

**5) Diminuzione del Rumore**

Anche la tensione di rumore diminuisce del fattore **F = (1+βA)**, rispettando la ormai chiara norma che ogni variazione è governata da questo importantissimo coefficiente **F**.

L'espressione che tiene conto sia del segnale d'ingresso sia del rumore aggiunto è data dalla:

(4\*) 
$$v_u = \frac{A}{(1 + \beta A)} v_i + \frac{1}{(1 + \beta A)} v_d$$
 (10)

Bisogna stare attenti nell'interpretare l'espressione (10): infatti si vede che sia la tensione di segnale **A\*V<sub>i</sub>**, sia la tensione di rumore **V<sub>d</sub>** risultano ridotti della stessa quantità; perciò, a parità di segnale entrante, con la controreazione abbiamo ridotto il rumore di **(1+βA)** ma, purtroppo anche l'amplificazione della stessa quantità con la sgradita conseguenza che il rapporto segnale disturbo è rimasto invariato (Fig.03).

Se, però, noi riusciamo ad avere all'uscita lo stesso segnale **V<sub>u</sub>** che avevamo senza controreazione, poiché quindi il secondo termine del secondo membro della (10) rimane invariato, aumenteremo il rapporto segnale-disturbo di **(1+βA)**.

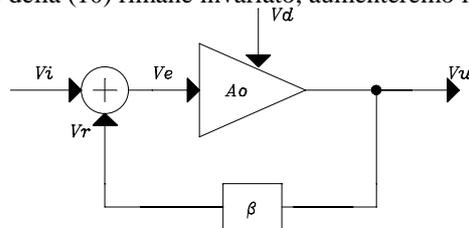


Fig.03

Questo significa introdurre all'ingresso un segnale più grande, ma ciò non è un problema, almeno apparentemente: basta amplificare preventivamente **V<sub>i</sub>** di **(1+βA)** volte.

**Tipi di Amplificatori**

Prima di iniziare lo studio delle caratteristiche funzionali che dipendono invece dal tipo di controreazione adoperato, poniamo un po' di attenzione sugli amplificatori elettronici in generale e sulla loro configurazione specifica.

Possiamo definire i seguenti quattro tipi di Amplificatori Elettronici, quando si tiene conto delle grandezze elettriche che più vengono interessate, in base al tipo di sorgente di segnale all'ingresso e al lavoro che devono svolgere in uscita:

- 1) **Amplificatore di tensione** quando è:  $v_u = A_v \cdot v_e$   
(ossia quando la tensione d'uscita è funzione, dipende, dalla tensione d'ingresso).
- 2) **Amplificatore di transresistenza** quando è:  $v_u = A_R \cdot i_e$   
(ossia quando la tensione d'uscita dipende dalla corrente d'ingresso).
- 3) **Amplificatore di transconduttanza** quando è:  $i_u = A_G \cdot v_e$   
(ossia quando la corrente d'uscita dipende dalla tensione d'ingresso).
- 4) **Amplificatore di corrente** quando è:  $i_u = A_i \cdot i_e$   
(ossia quando la corrente d'uscita dipende dalla corrente d'ingresso).

Dall'elenco si può constatare che non sempre l'amplificazione  $A$  assume valori adimensionali. Infatti, mentre le espressioni  $A_v$  e  $A_i$  sono effettivamente adimensionali perché rapporti tra grandezze uguali,  $A_R$  e  $A_G$  assumono le dimensioni rispettivamente di una Resistenza e di una Conduttanza. Il prefisso "**trans**" sta per "trasferimento", ossia sta a significare che i rapporti tra le grandezze elettriche vengono fatti in punti diversi del circuito e non in uno stesso punto come esige la legge di Ohm; in questo caso, i rapporti sono tra il punto di uscita e quello di ingresso, perciò, pur avendo le dimensioni di resistenza o conduttanza non hanno niente a che vedere con la suddetta legge.

----\*----

Possiamo asserire a questo punto che la reazione negativa, applicata nelle configurazioni su scritte, esalta le caratteristiche di base di questi tipi di Amplificatori. Così, per esempio, sappiamo che un Amplificatore di tensione, in fondo, è da considerarsi come un generatore di tensione ideale con resistenza interna in serie, pilotato da un segnale di tensione. Ebbene, un prelievo di tensione **alla sua uscita** per realizzare una **controreazione di tensione** esalterà le sue caratteristiche, quindi abbasserà la sua resistenza interna portandolo verso la sua condizione ideale (Resistenza interna tendente a zero). Per lo stesso motivo, un prelievo di corrente all'uscita per realizzare una **controreazione di corrente** esalterà le caratteristiche dell'Amplificatore di corrente, aumentando la resistenza interna del suo generatore di corrente, facendolo tendere ad un generatore di corrente ideale in cui la resistenza interna parallelo tende all'infinito.

All'ingresso dell'Amplificatore, un **confronto in serie** porta alla somma delle tensioni di segnale e ciò fa aumentare la sua resistenza d'ingresso (per la legge di Ohm un aumento della tensione con una corrente invariata porta ad un aumento della resistenza). Un **confronto in parallelo** porta invece alla somma delle correnti di segnale e ciò fa diminuire la resistenza d'ingresso (per la legge di Ohm un aumento della corrente con una tensione invariata porta ad una diminuzione della resistenza).

Per quanto detto, focalizzando il fenomeno sia all'uscita, dove vengono prelevati i segnali, e sia all'ingresso di un Amplificatore, dove li confrontiamo, avremo i quattro tipi di controreazione che qui analizziamo brevemente.

### TIPI DI CONTROREAZIONE

Considerando che all'ingresso e all'uscita sono sempre presenti contemporaneamente le tensioni e le correnti di segnale, possiamo, individuare in questi amplificatori quattro tipi fondamentali su cui far agire la controreazione, a seconda delle grandezze elettriche in gioco che maggiormente ci interessano al momento.

Perciò, in base alle combinazioni circuitali possibili che si possono fare su un Amplificatore Elettronico per realizzare una controreazione, si distinguono i seguenti **quattro tipi** circuitali di reazione negativa:

#### 1) Controreazione di Tensione in Serie.

(Ritorno di tensione dall'uscita con collegamento in serie all'ingresso)

#### 2) Controreazione di Tensione in Parallelo.

(Ritorno di tensione dall'uscita con collegamento in parallelo all'ingresso)

#### 3) Controreazione di Corrente in Serie.

(Ritorno di corrente dall'uscita con collegamento in serie all'ingresso)

#### 4) Controreazione di Corrente in Parallelo.

(Ritorno di corrente dall'uscita con collegamento in parallelo all'ingresso)

Essi portano al miglioramento dei quattro tipi di amplificatori su menzionati.

Osserviamo un po' più da vicino queste quattro forme di controreazione, con particolare riferimento alle modifiche che avvengono sui valori delle impedenze di ingresso e di uscita.

#### 1) Controreazione di tensione in serie.

Viene presa la **tensione** di segnale in uscita e come tensione viene riportata **in serie** alla tensione di segnale d'ingresso  $v_i$ . Lo schema a blocchi di Fig.04 chiarisce il fenomeno: una parte del segnale  $v_u$  d'uscita è riportata all'ingresso come  $v_r$  tramite il coefficiente  $\beta$  e sommata algebricamente al segnale d'ingresso  $v_i$ .

Questa configurazione esalta in uscita le caratteristiche dell'Amplificatore di Tensione mentre, per quanto riguarda l'ingresso, porta ad un aumento della sua resistenza. Questo è il caso più descritto e documentato.

Quindi questa configurazione porta ad un aumento della resistenza d'ingresso  $R_i$  ed a una diminuzione della resistenza d'uscita  $R_u$ , rispondendo proprio alle esigenze che più comunemente vengono richieste in un Amplificatore di tensione (ossia alta impedenza d'ingresso per non caricare la sorgente di segnale e bassa impedenza d'uscita per avere una tensione di segnale costante al variare del carico).

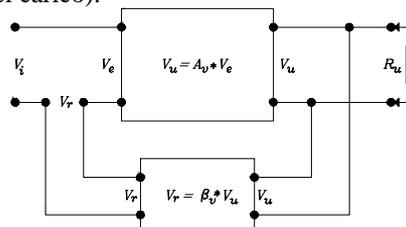


Fig.04

Le espressioni che legano i valori tra loro sono, per la resistenza d'ingresso, la:

(5\*) 
$$R_{in}^* = R_{in} \cdot (1 + \beta_v A_v) \tag{11}$$

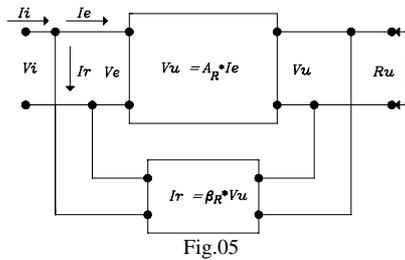
che fa notare come essa **amenti notevolmente**, di  $F=(1+\beta_v A_v)$ , e per la resistenza d'uscita, la:

(5\*) 
$$R_0^* = \frac{R_o}{1 + \beta_v A_v} \tag{12}$$

che mostra come essa si **riduca notevolmente** di  $F=(1+\beta_v A_v)$ .

**2) Controreazione di tensione in parallelo.**

Viene presa la **tensione** di segnale  $V_u$  in uscita e riportata come corrente  $I_r$ , **in parallelo** alla corrente di segnale d'ingresso  $I_i$ .(Fig.05)



Ciò esalta le caratteristiche dell'Amplificatore di Transresistenza mentre fa diminuire il valore della resistenza d'ingresso.

Siamo di fronte ad una configurazione che porta ad un'Amplificazione di tensione controllata in corrente. Ossia abbiamo un Amplificatore di Transresistenza. Questa parola viene adoperata per dare un significato al rapporto tra le grandezze che formano l'Amplificazione che qui assume la dimensione di una Resistenza. In fondo ci troviamo di fronte ad un sistema che produce una tensione d'uscita quando all'ingresso il parametro più importante del segnale di comando è la corrente.

In questo tipo di controreazione sia la resistenza d'ingresso che quella d'uscita diminuiscono di valore. Quindi, il collegamento in **parallelo** fa diminuire l'impedenza d'ingresso:

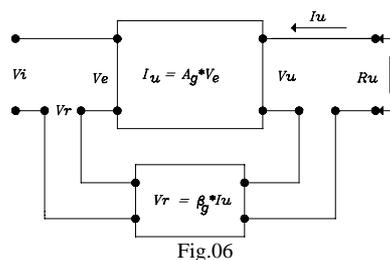
(6\*) 
$$R_{in}^* = \frac{R_{in}}{1 + \beta_R A_R} \tag{13}$$

e la controreazione di **tensione** fa diminuire l'impedenza d'uscita:

(6\*) 
$$R_0^* = \frac{R_o}{1 + \beta_R A_R} \tag{14}$$

**3) Controreazione di corrente in serie.**

Viene presa la **corrente** di segnale  $I_u$  in uscita e riportata come tensione  $V_r$ , **in serie** alla tensione di segnale d'ingresso  $V_i$ .(Fig.06)



Ciò esalta le caratteristiche dell'Amplificatore di Transconduttanza aumentando anche la resistenza d'ingresso.

Qui siamo in presenza di una configurazione che porta ad un'Amplificazione di corrente controllata da una tensione all'ingresso. Ossia abbiamo un Amplificatore di transconduttanza. La parola transconduttanza, con il solito significato di "**trans**", viene usata per esprimere la dimensione dell'inverso della resistenza assunta dalla Amplificazione.

Il collegamento in **serie** fa aumentare l'impedenza d'ingresso:

(7\*) 
$$R_{in}^* = R_{in} \cdot (1 + \beta_G A_G) \tag{15}$$

La controreazione di **corrente** fa aumentare l'impedenza d'uscita:

(7\*) 
$$R_0^* = R_o \cdot (1 + \beta_G A_G) \tag{16}$$

**4) Controreazione di corrente in parallelo.**

Viene presa la **corrente** di segnale in uscita  $I_u$  e riportata, come corrente  $I_r$ , **in parallelo** alla corrente di segnale d'ingresso  $I_i$  (Fig.07).

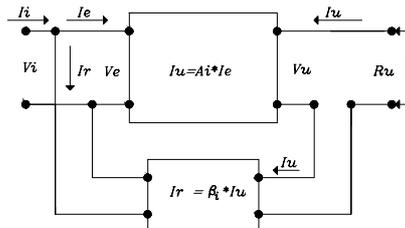


Fig.07

Ciò esalta le caratteristiche dell'Amplificatore di Corrente, diminuendo nel frattempo la resistenza d'ingresso.

Siamo di fronte ad un Amplificatore di corrente controllato in corrente. In questo caso l'amplificazione è adimensionale. Abbiamo in questo caso la diminuzione della resistenza d'ingresso:

$$(8^*) \quad R_{in}^* = \frac{R_{in}}{1 + \beta_i A_i} \quad (17)$$

e l'aumento della resistenza d'uscita:

$$(8^*) \quad R_0^* = R_0 \cdot (1 + \beta_i A_i) \quad (18)$$

A questo punto possiamo brevemente ricapitolare dicendo che:

Per l'uscita:

- La controeazione di *tensione* fa diminuire l'impedenza d'uscita.
- La controeazione di *corrente* fa aumentare l'impedenza d'uscita.

Per l'ingresso:

- Il collegamento in *serie* fa aumentare l'impedenza d'ingresso.
- Il collegamento in *parallelo* fa diminuire l'impedenza d'ingresso.

Possiamo notare infine come il fattore  $F=(1+\beta A)$  sia determinante per lo studio dei sistemi controeazionati. *Esso compare sempre in tutte le espressioni che riguardano la controeazione.*

### QUALCHE PRECISAZIONE SULLA "A<sub>V</sub>"

Nella maggior parte delle volte, l'aspetto più inquadrato dell'amplificatore elettronico è nella sua possibilità di amplificare in tensione. E', quindi, il parametro "A" o meglio "A<sub>V</sub>" quello che viene più spesso considerato, ma noi abbiamo parlato anche delle amplificazioni "A<sub>G</sub>", "A<sub>R</sub>", "A<sub>I</sub>". Vediamo, allora, come poter rapportare "A<sub>V</sub>" alle varie "A" che scaturiscono dai diversi tipi di controeazione.

1) *A<sub>V</sub> nella controeazione di tensione-serie.* Fig.04:

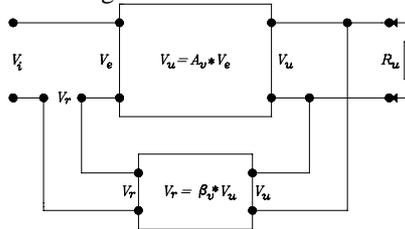


Fig.04

In questa configurazione, l'amplificazione controeazionata  $A_v^*$  è uguale alla  $A_v$  ridotta del fattore  $F=(1+\beta_v A_v)$ , quindi la  $A_v$  varia e questo noi già lo sappiamo ricordando la (04) (chiamiamo con  $\beta_v$  il fattore di controeazione di tensione).

2) *A<sub>V</sub> nella controeazione di tensione-parallelo.*

Se osserviamo con attenzione la Fig.05,

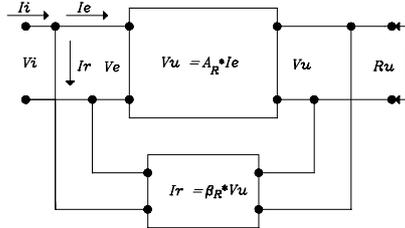
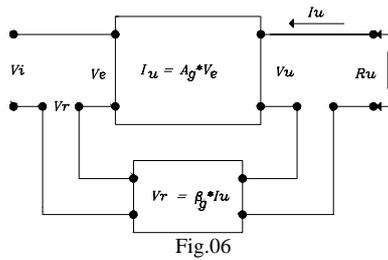


Fig.05

vediamo che il rapporto  $V_u/V_i$  non varia quando viene applicata la reazione negativa all'ingresso. Infatti risulta essere  $V_i = V_e$ , e quindi,  $A_v = A_v^*$ . Perciò questo tipo di controeazione cambia il valore di  $A_R$  ma non cambia il valore dell'amplificazione  $A_v$ .

3) *A<sub>V</sub> nella controeazione di corrente-serie.*

Osservando la Fig.06 (dove con  $R_u$  si intende il valore resistivo dell'intera maglia d'uscita),



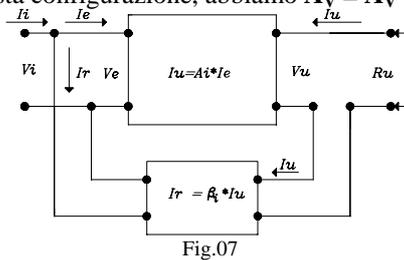
possiamo asserire che  $A_V = A_G \cdot R_u$  poiché:

$$A_G = \frac{i_u}{v_i} = \frac{v_u}{R_u \cdot v_i} = \frac{1}{R_u} \cdot A_V$$

Quindi vi è proporzionalità tra  $A_G$  e  $A_V$ , perciò le vicissitudini di  $A_G$  saranno anche quelle di  $A_V$ . L'amplificazione  $A_V$  diminuirà del fattore  $F = (1 + \beta_G \cdot A_G)$ , (con  $\beta_G$  indichiamo il fattore di controeazione di transconduttanza).

**4)  $A_V$  nella controeazione di corrente-parallelo.**

La Fig.07 mostra che, teoricamente, i rapporti  $V_u/V_i$  e  $V_u/V_e$  rimangono uguali sia con, che senza reazione, poiché si verifica che  $V_i = V_e$ . Perciò, anche in questa configurazione, abbiamo  $A_V = A_V^*$ .



Da quanto osservato possiamo concludere che solo il collegamento "serie" modifica il valore di  $A_V$ .

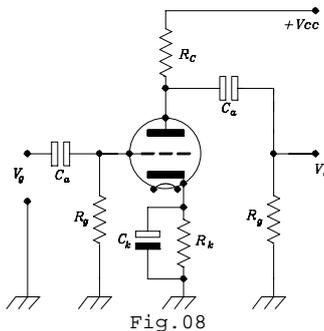
-----\*-----

**Facciamo ora un paio di esercizi applicativi per chiarire i concetti espressi nel capitolo.**

I concetti espressi finora sono tanti ed anche concettualmente un po' difficili e possono facilmente disorientarci. Perciò è bene fare qualche applicazione pratica per ancorarci saldamente a terra e per riaffermare in qualche modo la strada da percorrere, un po' offuscata se non perduta. Anche i ragionamenti ci aiuteranno nella comprensione. Per costituire una controeazione si possono realizzare tanti circuiti. Elementi amplificatori monostadio, elementi amplificatori bistadio o interi amplificatori possono essere controeazionanti, con difficoltà progettuali crescenti, ma soprattutto fuorvianti per chi vuol capire qualcosa e rapidamente. Per semplificare le cose, ci baseremo sul circuito monostadio standard che abbiamo studiato abbondantemente e sviluppato nel corso dei capitoli precedenti e che ripresentiamo nella Fig.08. Su questo circuito faremo due esperimenti aggiungendo semplicemente qualcosa o togliendo qualcosa, cercando così di produrre due tipi di controeazione e dedurre il suo comportamento nei due casi.

-----\*-----

Riprendiamo il circuito monostadio costituito da una sezione della solita ECC82 (Fig.08).



Riprendiamo, in particolare tutti i valori trovati per la sua polarizzazione, che qui riportiamo per comodità:

$$V_{cc}=250V; V_{ao}=100V; V_{go}=-2V; I_{ao}=6mA; \mu=18; g_m=2,85mA/V; r_a=7,2K\Omega.$$

e teniamo conto anche di tutti i concetti necessari acquisiti finora.

Calcoliamo quindi tutti i componenti dello schema che rappresenta un circuito monostadio completo nella sua forma più comune (Fig.08a). Esso sarà l'amplificatore di base usato come "cavia" per i nostri due esperimenti.

In fondo dobbiamo lavorare poco perché abbiamo già trovato quasi tutti i valori nei Capitoli 6° e 7°:

$$R_c = 27K\Omega; R_k = 330\Omega; C_k = 470\mu F; C_a = 22nF$$

Abbiamo pure determinato l'amplificazione dello stadio:

$$A_v = -13,9$$

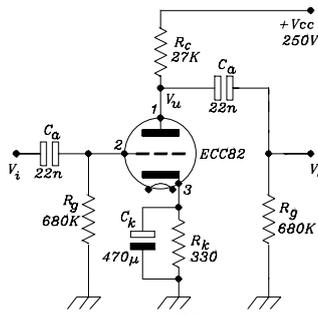


Fig. 08a

ed anche la frequenza di taglio inferiore (**10,2Hz**) dei singoli passa-alto  $C_a R_g$ . Essendo, in questo caso, due le cellule di filtro, possiamo dedurre che la frequenza di taglio inferiore dello stadio sarà:

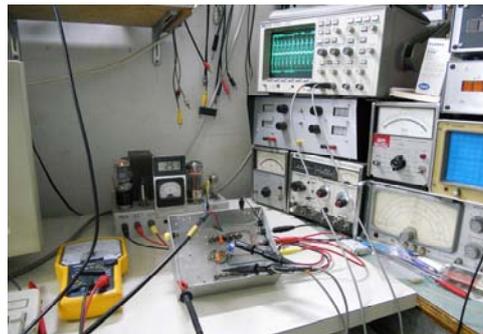
$$f_b^* = \frac{f_b}{0,64} = \frac{10,2}{0,64} \cong 16\text{Hz}$$

Il circuito è così completamente definito, con tutti i valori dei componenti. Possiamo inoltre affermare che la resistenza d'ingresso  $R_{in}$  del circuito è praticamente  $R_g=680K\Omega$  e che la resistenza d'uscita  $R_o$  è identificabile senza grandi errori con la resistenza interna  $r_a=7,2K\Omega$ .

Alcune immagini del prototipo senza controeazione già realizzato sono riportate nel Cap.n°6. Le riproponiamo.



L'Amplificatore montato.



L'Amplificatore sotto collaudo.

**1° Esercizio: Aggiungiamo al circuito di Fig.08 una resistenza R tra l'anodo e la griglia controllo (Fig.09).**

La capacità C è necessaria solo per separare la polarizzazione di griglia da quella anodica. Essa deve essere sufficientemente grande in modo tale che la sua reattanza sia trascurabile rispetto a R anche alle frequenze più basse della banda passante.

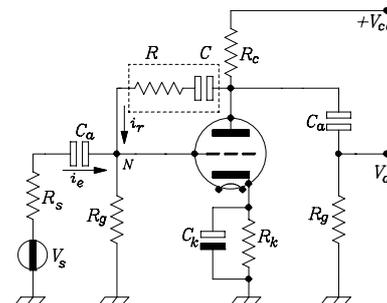


Fig.09 (Controeazione di tensione-parallelo)

Si nota subito che stiamo realizzando una **controeazione di tensione**, perché preleviamo il segnale  $V_u$  in uscita sull'anodo per riportarlo all'ingresso. La R è collegata nel nodo N, punto d'incontro tra la corrente di segnale d'ingresso  $i_e$  e la corrente del segnale retrocesso  $i_r$ . Il nodo N configura quindi un **collegamento in parallelo**.

Abbiamo così realizzato in Fig.09 una **controeazione di tensione in uscita con collegamento in parallelo all'ingresso** (ossia, più brevemente, una controeazione di **Tensione-Parallelo**) che è rappresentata teoricamente dalla Fig.05. Questa configurazione realizza un'Amplificazione di tensione controllata in corrente  $A_R$  (**Amplificatore di transresistenza**) che porterà ad una diminuzione sia della resistenza d'ingresso che della resistenza d'uscita. **Facciamo qualche ragionamento e qualche calcolo.**

Pensiamo che per il circuito della controeazione sia sufficiente un condensatore il cui valore è  $C=3,3\mu F$ , che oppone al segnale una debole reattanza di  $48,25\Omega$  alla frequenza di 1000Hz e una reattanza di  $4825\Omega$  alla frequenza minima di 10Hz.

Valutiamo preventivamente per  $R$  un valore max di  $220K\Omega$  realizzato con un **trimmer** in modo da poter controllare l'amplificazione reazionata  $A_r$  al variare di  $R$  cioè al variare di  $\beta$ . Da quanto abbiamo precisato precedentemente, in una connessione parallelo l'Amplificazione di tensione intrinseca  $A_v$  non varia perciò possiamo ritenere ancora accettabile il valore già trovato ( $A_v = -13.9$ ).

Però in questo modo siamo costretti a determinare il coefficiente  $\beta_v$ , invece di  $\beta_r$ , per poter scrivere:  $F = 1 + \beta_v A_v$ .

Per far ciò dobbiamo operare le dovute trasformazioni da  $A_r$  ad  $A_v$  e da  $\beta_r$  a  $\beta_v$  e vedere se ciò è ammissibile.

Facciamo alcuni evidenti passaggi:

$$A_R = \frac{v_u}{i_e} = \frac{v_u \cdot R_{in}}{v_i} = A_v \cdot R_{in}$$

Dalla Fig.05 si riporta:

$$\beta_R = \frac{i_r}{v_u}$$

La corrente di controreazione  $i_r$  provoca una tensione  $v_r$  di controreazione sulla resistenza d'ingresso  $R_{in}$  dello stadio:

$$v_r = i_r \cdot R_{in}$$

perciò:

$$\beta_v = \frac{v_r}{v_u} = \frac{i_r \cdot R_{in}}{v_u} = \beta_R \cdot R_{in}$$

Quindi:

$$1 + \beta_v \cdot A_v = 1 + \beta_R R_{in} \frac{A_R}{R_{in}} = 1 + \beta_R \cdot A_R$$

ossia, abbiamo **l'importante uguaglianza**:

$$1 + \beta_v \cdot A_v = 1 + \beta_R \cdot A_R$$

che ci dice che ciò è ammissibile e ci permette di utilizzare i parametri  $A_v$  e  $\beta_v$  al posto di  $A_r$  e  $\beta_r$ . Determiniamo allora  $\beta_v$ .

Il coefficiente  $\beta_v$  risulta definito dal partitore di tensione formato dalla resistenza di reazione  $R$  e il **parallelo  $R'$**  tra la resistenza di griglia  $R_g$  e la resistenza interna  $R_s$  del generatore di segnale. Se utilizziamo un generatore con una normale impedenza d'uscita  $R_s$  standard pari a  $600\Omega$  la  $R'$  totale di griglia sarà (non tenendo conto dell'impedenza della capacità d'ingresso  $C_a$ ):

$$\frac{R_s R_g}{R_s + R_g} = \frac{600 \cdot 680 \cdot 10^3}{600 + 680 \cdot 10^3} = 599\Omega$$

quindi molto bassa, quasi un corto circuito per la controreazione. Variando perciò il trimmer da  $220K\Omega$  a zero, otteniamo i due valori estremi di  $\beta$ :

$$\beta_{min} = \frac{R'}{R' + R_{max}} = \frac{599}{599 + 220 \cdot 10^3} \cong 0,003$$

$$\beta_{max} = \frac{R'}{R' + R_{min}} = \frac{599}{599 + 0} = 1$$

Con una  $\beta_{min}$  così bassa in effetti siamo in assenza di controreazione. In questo caso l'Amplificazione estrinseca risulta:

$$A_r = \frac{13,9}{1 + 0,003 \cdot 13,9} \cong 13,3$$

praticamente invariata da quella senza controreazione.

Con  $\beta_{max}$  siamo, invece, nello stato di **massima controreazione**, perché tutto il segnale d'uscita viene retrocesso all'ingresso. In questo caso l'Amplificazione estrinseca risulta:

$$A_r = \frac{13,9}{1 + 1 \cdot 13,9} \cong 0,93$$

addirittura inferiore all'unità.

Le resistenze d'ingresso e d'uscita seguiranno le relazioni (13) e (14) una volta scelto un valore di  $\beta_v$  tra  $\beta_{min}$  e  $\beta_{max}$ .

----\*----

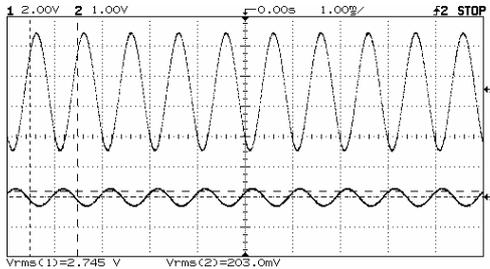
**Abbiamo realizzato un prototipo** sulla base dello schema di Fig.09, che è una variante controreazionata del circuito di Fig.08a ed abbiamo ottenuto i seguenti risultati.

1) Con la  $R$  tutta inserita, (quindi con  $\beta_v = \beta_{min}$ ) l'amplificazione  $A_r$  (diagr.01) è risultata:

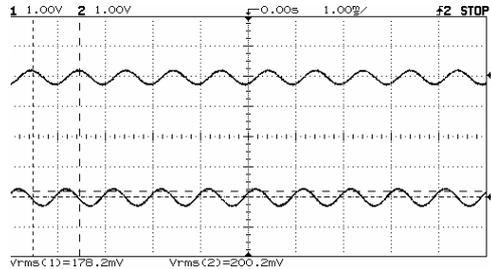
$$A_r = \frac{2,745}{203 \cdot 10^{-3}} = 13,52$$

2) Con la R ad un valore molto basso ma non zero (per cui è ancora  $\beta_v < \beta_{max}$ ) abbiamo letto (diagr.02):

$$A_r = \frac{178,2 \cdot 10^{-3}}{200,2 \cdot 10^{-3}} = 0,89$$



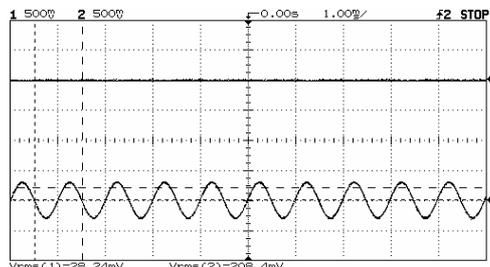
Diagr.01



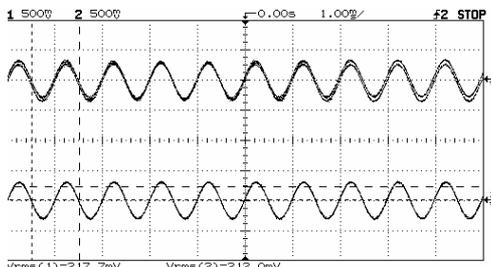
Diagr.02

che è inspiegabilmente già un valore più piccolo di quello minimo calcolato per il valore estremo  $\beta_v = \beta_{max}$ .

3) Per R uguale a zero e quindi per  $\beta_v = \beta_{max} = 1$  abbiamo ottenuto in uscita addirittura un segnale praticamente nullo **contraddicendo del tutto il calcolo** (diagr.03):



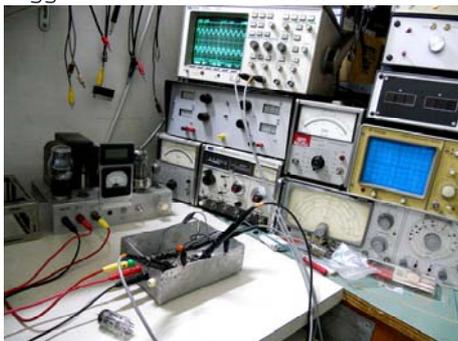
Diagr.03



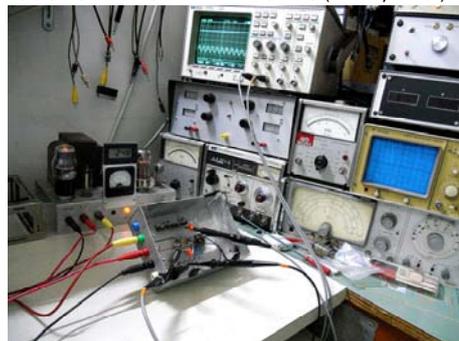
Diagr.04

Lo stupore e la perplessità iniziali hanno dato subito spazio al ragionamento, come deve sempre verificarsi in una sana progettazione: poiché l'esperienza non sbaglia mai, il Diagr.03 deve essere preso per vero, perciò vediamo quale fenomeno è stato negligenzemente trascurato o addirittura non è stato nemmeno percepito.

La cosa importante ed immediata da osservare è che il trimmer in posizione  $R=0$  collega direttamente la griglia con l'anodo portando su esso tutto il segnale d'ingresso. Per controllare ciò abbiamo tolto il tubo e staccate le alimentazioni, lasciando attivo il segnale all'ingresso. Abbiamo misurato all'uscita lo stesso segnale con sovrapposto solo un po' di rumore. Il Diagr.04 mostra come il segnale in entrata (212,0mV) si riproponga all'uscita leggermente aumentato a causa del piccolo rumore di fondo(217,7mV).



I segnali all'ingresso e all'uscita con il tubo escluso



L'amplificazione uguale a zero per R uguale a zero!

Con il tubo inserito e con le alimentazioni attive, sull'anodo abbiamo la somma di due segnali, uno, in fase, proveniente direttamente dalla griglia e l'altro praticamente uguale al primo, proveniente dall'effetto valvola, in opposizione di fase. Perciò il risultato è nullo, come ci mostra il Diagr.03. Tutto, ora, è abbastanza chiaro anzi ovvio. Ma non basta mai ripetere di stare sempre molto attenti quando si progetta!

---\*---

**2° Esercizio: Togliamo al circuito di Fig.08 il condensatore  $C_k$  in parallelo alla  $R_k$  (Fig.10).**

La semplice rimozione del condensatore catodico  $C_k$  fa cambiare radicalmente il funzionamento dello stadio.

La sua eliminazione determina immediatamente la presenza di una tensione di segnale  $v_r$  su  $R_k$  proporzionale alla corrente d'uscita  $i_u$  che si somma algebricamente alla tensione di segnale d'ingresso  $v_i$ . Allora possiamo dire con

certezza che ci troviamo di fronte ad una controeazione di **corrente-serie**. In queste condizioni lo stadio assume la caratteristica di un Amplificatore di Transconduttanza  $A_G$ .

Anche qui sorge il problema della trasformazione di  $A_G$  in  $A_v$  e di  $\beta_G$  in  $\beta_v$ , perché anche qui abbiamo a disposizione l'amplificazione di tensione  $A_v$  come dato di partenza.

----\*----

Riprendiamo il solito circuito di Fig.08 e trasformiamolo in quello di Fig.10, dove ora manca  $C_k$ .

Vogliamo sapere quanto sarà l'amplificazione controeazionata  $A_r$ .

Facciamo le trasformazioni necessarie per passare dai parametri  $A_G$  e  $\beta_G$  ai parametri  $A_v$  e  $\beta_v$ .

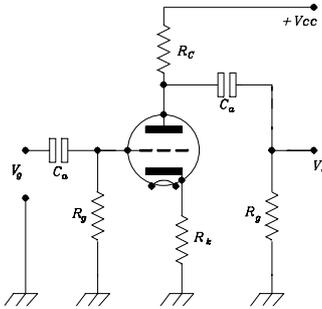


Fig.10 (Controeazione di corrente-serie)

Proponiamo alcuni evidenti passaggi:

$$A_G = \frac{i_u}{v_i} = \frac{v_u}{R_u \cdot v_i} = \frac{A_v}{R_u}$$

Dalla Fig.06 ricaviamo  $v_r = \beta_G \cdot i_u$  da cui:

$$\beta_G = \frac{v_r}{i_u} = \frac{R_k \cdot i_u}{i_u} = R_k$$

ed ancora:

$$\beta_v = \frac{v_r}{v_u} = \frac{R_k \cdot i_u}{R_u \cdot i_u} = \frac{R_k}{R_u}$$

Perciò:

$$1 + \beta_v \cdot A_v = 1 + \frac{R_k}{R_u} \cdot A_G R_u = 1 + R_k \cdot A_G = 1 + \beta_G \cdot A_G$$

Quindi, anche in questo caso siamo in grado di asserire che:

$$1 + \beta_v \cdot A_v = 1 + \beta_G \cdot A_G .$$

Possiamo a questo punto concludere che basta semplicemente calcolare il rapporto tra la resistenza catodica  $R_k$  e la resistenza totale d'uscita  $R_u$  per ottenere  $\beta_v$  e quindi l'amplificazione controeazionata  $A_r$ .

Teniamo conto che la resistenza di carico anodico esterno  $R_c^*$  è il parallelo tra la resistenza di placca  $R_c$  e quella di griglia dello stadio successivo  $R_g$ :

$$R_c^* = \frac{R_c \cdot R_g}{R_c + R_g} = \frac{27 \cdot 680 \cdot 10^6}{(27 + 680) \cdot 10^3} = 25,97 K\Omega$$

Poiché ora la  $R_k$  fa parte del circuito di carico, perché non più chiusa su  $C_k$ , risulta che la resistenza totale del circuito anodico è  $R_u = r_a + R_c^* + R_k$  il cui valore è:

$$R_u = 7,2 \cdot 10^3 + 25,97 \cdot 10^3 + 330 = 33,5 \cdot 10^3 \Omega$$

Perciò la  $\beta_v$  sarà:

$$\beta_v = \frac{R_k}{R_u} = \frac{330}{33,5 \cdot 10^3} = 0,0098$$

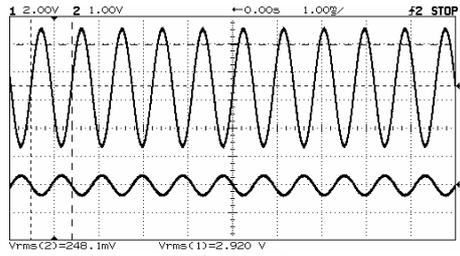
che porta ad un tasso di controeazione piuttosto basso e quindi ad un'amplificazione:

$$A_r = \frac{A_v}{1 + \beta_v A_v} = \frac{13,9}{1 + 0,0098 \cdot 13,9} = 12,2$$

diminuita di poco rispetto ad  $A_v$ . Abbiamo così trovato l'amplificazione estrinseca del sistema controeazionato di Fig.10.

Il circuito sperimentale ci ha fornito il seguente risultato (Diagr.05):

$$A_r = \frac{2,920}{248,1 \cdot 10^{-3}} = 11,8$$



Diagr.05

Il valore effettivo di  $A_r$ , quindi, non si discosta molto da quello trovato teoricamente e ciò ci soddisfa a sufficienza sul metodo di calcolo adoperato.

----\*----

**Una osservazione importante.**

Il fattore di controeazione  $1 + \beta_v A_v = 1 + \beta_G A_G = 1 + \beta_R A_R$  che possiamo chiamare genericamente  $F = 1 + \beta \cdot A$  è un'invariante del sistema controeazione. I due esercizi svolti ne forniscono la prova. Esso, dunque, caratterizza il circuito controeazione, qualsiasi sia il metodo di controeazione adoperato. Qualsiasi via è buona per calcolarlo: una volta trovato il suo valore, basta adoperarlo come meglio si crede: ad esempio, per determinare la distorsione, il rumore, la banda passante, le resistenze d'ingresso e d'uscita, ecc.... Questo è un dato di fatto molto importante che ci aiuta ad alleggerire molto la progettazione.

**Per i più esigenti.**

**Approfondimenti**

(1\*)

**Dimostriamo la (06).**

Dall'Analisi Matematica si ha:

$$dA_r = f'(A) \cdot dA \tag{19}$$

Con successivi passaggi, ricordando che, se la funzione è fratta, ossia è esprimibile da un numeratore N e un denominatore D:

$$y = \frac{N}{D}$$

la sua derivata assume l'espressione:

$$y' = \frac{N' \cdot D - D' \cdot N}{D^2},$$

e ricordando la (04) possiamo scrivere, a seguire:

$$dA_r = \frac{(1 + \beta A) - \beta A}{(1 + \beta A)^2} \cdot dA = \left(1 + \frac{1}{(1 + \beta A)^2}\right) \cdot dA$$

ossia:

$$\frac{dA_r}{A_r} = \frac{(1 + \beta A)}{A} \cdot \frac{1}{(1 + \beta A)^2} \cdot dA$$

da cui la giustificazione della (06):

$$\frac{dA_r}{A_r} = \frac{1}{(1 + \beta A)} \cdot \frac{dA}{A}$$

----\*----

(2\*)

**E' bene che le relazioni (07) e (08) siano giustificate, perché molto importanti.**

Per comodità, riprendiamo la Fig.15 del Cap.7° che rappresenta in modo stilizzato gli effetti dei filtri passa- alto e passa-basso in una catena di amplificazione.

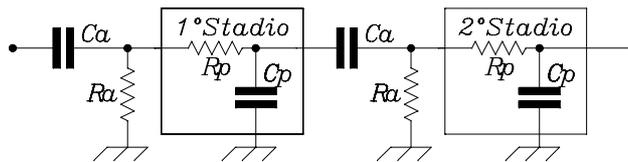
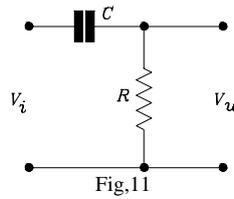


Fig.15 (Cap.7°)

**Determiniamo di quanto aumenta la frequenza di taglio superiore**

Analizziamo perché la controeazione fa diminuire la frequenza di taglio inferiore portandola da  $\omega_b$  a  $\omega_{br}$  più piccola di  $\omega_b$ , facendo, di fatto, aumentare la banda passante verso le basse frequenze.

Ricordiamo che, posta uguale ad  $A_{med}$  l'amplificazione alle frequenze medie, e a  $\omega_b$  la frequenza di taglio inferiore, si ha dalla teoria dei filtri "RC" o, più semplicemente dal partitore RC (filtro passa-alto: Fig.11):



$$A_b = \frac{A_{med}}{1 + \frac{1}{j\omega CR}} \tag{20}$$

dove  $RC$  rappresenta la costante di tempo del filtro passa-alto equivalente del sistema di Fig.15.  
E' anche noto che:

$$\omega_b CR = 1$$

come conseguenza della definizione di frequenza (o di pulsazione) di taglio. Perciò, dalla (20) con semplici passaggi arriviamo alla:

$$A_b(\omega) = \frac{A_{med}}{\left(1 - j \frac{\omega_b}{\omega}\right)} \tag{21}$$

Ricordando l'espressione dell'Amplificazione controeazionata, possiamo scrivere, per la basse frequenze:

$$A_{rb} = \frac{A_b}{1 + \beta \cdot A_b}$$

dove  $A_{rb}$  è l'Amplificazione nel cui campo è sensibile l'effetto della costante di tempo  $RC$  del filtro passa-alto.  
Sostituiamo e sviluppiamo:

$$\begin{aligned} A_{rb} &= \frac{A_{med}}{1 - j \frac{\omega_b}{\omega} + \beta A_{med}} = \frac{A_{med}}{(1 + \beta A_{med}) - j \frac{\omega_b}{\omega}} = \\ &= \frac{\frac{A_{med}}{1 + \beta A_{med}}}{1 - j \frac{\omega_b}{\omega(1 + \beta A_{med})}} = \frac{A_{rmed}}{1 - j \frac{\omega_b}{\omega(1 + \beta A_{med})}} \end{aligned}$$

La frequenza di taglio si ottiene a quel valore per cui, come è noto, l'Amplificazione si riduce ad  $1/\sqrt{2} = 0,707 \cdot A_{rmed}$  ossia al 70,7% del suo valore, cioè:

$$|A_{rb}| = \frac{|A_{rmed}|}{\sqrt{2}}$$

Ricordando ed applicando l'espressione del modulo di un numero complesso, si ottiene:

$$\frac{\omega_b}{\omega(1 + \beta A_{med})} = 1$$

Se chiamiamo il valore della pulsazione corrente  $\omega$  con  $\omega_{br}$ , otteniamo:

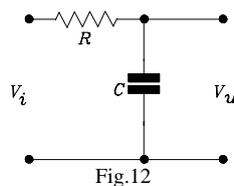
$$\omega_{br} = \frac{\omega_b}{(1 + \beta A_{med})} \tag{22}$$

Possiamo, quindi, dire che in un sistema controeazionato la frequenza di taglio inferiore diminuisce teoricamente del termine  $1/(1 + \beta A_{med})$ .

**Nello stesso modo determiniamo di quanto aumenta la frequenza di taglio superiore.** Osserviamo, ora, che siamo in presenza di un filtro passa-basso, perciò scriviamo:

$$A_a = \frac{A_{med}}{1 + j\omega RC}$$

dove  $RC$  rappresenta la costante di tempo del filtro passa-basso del sistema di Fig.15.



Con passaggi molto simili ai precedenti, si ottiene:

$$\omega_{ar} = \omega_a (1 + \beta A_{med}) \tag{23}$$

che ci mostra il notevole aumento del valore della frequenza di taglio superiore.

-----\*-----  
(3\*)

La distorsione riportata all'ingresso sarà  $\beta \cdot D_r$  la quale sarà amplificata A volte. All'uscita, quindi, avremo:

$$D + (-\beta) \cdot D_r \cdot A = D_r$$

da cui (Fig.02):

$$D = D_r + \beta \cdot D_r \cdot A = D_r(1 + \beta A) \tag{19}$$

cioè:

$$D_r = \frac{D}{1 + \beta A} \tag{20}$$

-----\*-----  
(4\*)

La tensione d'uscita sarebbe uguale a  $A \cdot V_e$  se non ci fosse alcun rumore. Invece in presenza di esso, abbiamo:

$$V_u = A \cdot V_e + V_d \tag{21}$$

dove  $V_d$  è la tensione di rumore che si insinua in qualche parte dell'Amplificatore (Fig.03):

Dall'espressione (21) si ricava che:

$$V_e = \frac{V_u - V_d}{A} \tag{22}$$

Ma sappiamo che:

$$V_i = V_e - V_r = V_e - (-\beta \cdot V_u) \tag{23}$$

cioè

$$V_i = \frac{V_u - V_d}{A} + \beta \cdot V_u \tag{24}$$

quindi:

$$A \cdot V_i = V_u - V_d + \beta \cdot A \cdot V_u = V_u \cdot (1 + \beta \cdot A) - V_d \tag{25}$$

$$A \cdot V_i + V_d = V_u \cdot (1 + \beta \cdot A)$$

perciò:

$$V_u = \frac{A}{1 + \beta \cdot A} \cdot V_i + \frac{1}{1 + \beta \cdot A} \cdot V_d \tag{26}$$

da cui risulta che la controeazione riduce il rumore  $V_d$  della quantità  $F = (1 + \beta A)$ .

-----\*-----  
(5\*)

Giustificiamo la (11) e la (12).

Determiniamo la resistenza d'ingresso  $R_{in}^*$ :

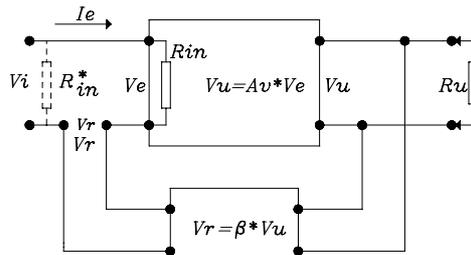


Fig.13

La Resistenza senza reazione  $R_{in}$  è: (Fig.13).

$$R_{in} = \frac{V_e}{i_e}$$

La Resistenza con reazione  $R_{in}^*$  è:

$$R_{in}^* = \frac{V_i}{i_e}$$

Dalla Fig.13 si deduce:

$$V_i = V_e + V_r = V_e + \beta \cdot V_u$$

Quindi:

$$R_{in}^* = \frac{V_e + \beta \cdot V_u}{i_e} = \frac{V_e + \beta \cdot A \cdot V_e}{i_e} = \frac{V_e}{i_e} \cdot (1 + \beta A)$$

da cui:

$$R_{in}^* = R_{in} \cdot (1 + \beta \cdot A) \tag{11}$$

La Resistenza d'ingresso, quindi, cresce di un fattore pari a  $(1+\beta A)$ .

Determiniamo ora la **resistenza d'uscita**  $R_u^*$ :

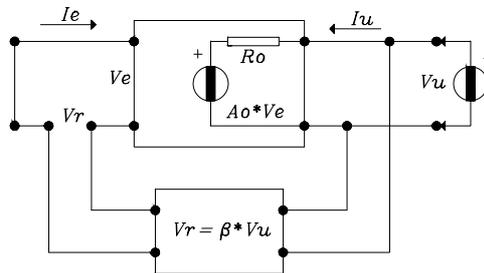


Fig.14

E' da tenere presente, come abbiamo già detto, che la controreazione di tensione spinge l'Amplificatore a comportarsi come generatore di tensione; perciò è giustificato, in uscita, utilizzare il circuito equivalente con generatore di tensione.

Qualsiasi segnale all'ingresso potrebbe falsare la misura. Per evitare questo pericolo si pone l'ingresso in cortocircuito. ( $V_i=0$ ). Ciò porta, però, a non avere più nessun segnale in uscita. Per ottenerlo inseriamo un generatore ausiliario  $V_u$  che simuli questa tensione.

Tenendo conto della Fig.14 avremo:

$$\begin{aligned} 0 &= V_e + V_r; \\ V_e &= -V_r = -\beta \cdot V_u; \\ V_u &= R_0 \cdot i_u + A \cdot V_e \end{aligned}$$

ossia:

$$\begin{aligned} V_u &= R_0 \cdot i_u - \beta \cdot A \cdot V_u; \\ V_u \cdot (1 + \beta \cdot A) &= R_0 \cdot i_u \end{aligned}$$

da cui:

$$R_0^* = \frac{R_0}{1 + \beta \cdot A} \tag{12}$$

La (19) ci mostra che la Resistenza d'uscita  $R_0^*$  diminuisce del termine  $1/(1+\beta A)$ .

-----\*-----  
(6\*)

Giustificiamo la 13 e la 14.

Determiniamo la Resistenza d'Ingresso  $R_{in}^*$  (Fig.15).

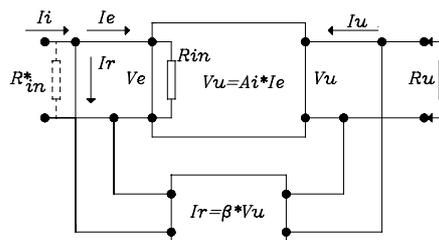


Fig.15

Abbiamo:

$$R_{in} = \frac{V_e}{i_e}; \quad R^* = \frac{V_e}{i_i} = \frac{V_e}{i_e + i_r} = \frac{V_e}{i_e + \beta \cdot V_u} = \frac{V_e}{i_e + \beta \cdot A_R \cdot i_e}$$

ossia:

$$R^*_{in} = \frac{R_{in}}{1 + \beta \cdot A_R} \tag{13}$$

La resistenza d'ingresso  $R_{in}^*$  si riduce del termine  $1/(1+\beta A_R)$ .

Determiniamo la Resistenza d'Uscita  $R_u^*$  (Fig.16).

L'ingresso, in questo caso, è controllato dalla corrente di segnale. Si apre, quindi, l'ingresso in modo da avere  $I_i = 0$  (assenza di segnale). Per avere una tensione d'uscita inseriamo, come nel caso precedente, un generatore ausiliario  $V_u$ .

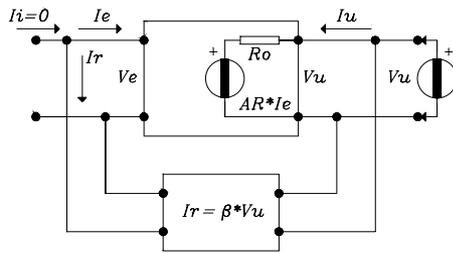


Fig.16

Guardando la Fig.16, possiamo scrivere, a seguire:

$$i_e = -i_r; \quad v_u - A_R \cdot i_r = R_0 \cdot i_u; \quad v_u + A_R \cdot \beta \cdot v_u = R_0 \cdot i_u \quad (21a)$$

ossia:

$$R^*_0 = \frac{R_0}{1 + \beta \cdot A_R} \quad (14)$$

-----\*-----  
(7\*)

**Determiniamo la Resistenza d'Ingresso  $R^*_{in}$ .** (Fig.17).

Seguendo, ormai, la metodologia usata nei casi precedenti e tenendo presente la Fig.17, possiamo scrivere:

$$R_{in} = \frac{v_e}{i_i}; \quad R^*_{in} = \frac{v_i}{i_i} = \frac{v_e + v_r}{i_i} = \frac{v_e + \beta \cdot i_u}{i_i} = \frac{v_e + \beta \cdot A_G \cdot v_e}{i_i}$$

da cui:

$$R^*_{in} = R_{in} \cdot (1 + \beta \cdot A_G) \quad (15)$$

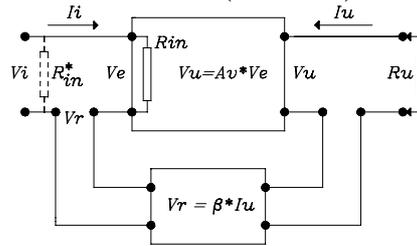


Fig.17

La resistenza d'ingresso aumenta del fattore  $(1 + \beta A_G)$ , come era da prevedersi.

**Determiniamo, ora, la resistenza d'uscita  $R^*_0$ ,** (Fig.18)

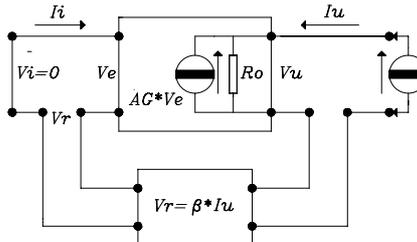


Fig.18

Ormai abbiamo capito il meccanismo: Per determinare la  $R^*_0$  è da considerare che la controeazione di corrente spinge l'Amplificatore a comportarsi come generatore di corrente, per cui, ponendo:

$$v_i = 0; \quad v_e = -v_r = -\beta \cdot i_u$$

si ha:

$$i_u = \frac{v_u}{R_0} + A_G \cdot v_e = \frac{v_u}{R_0} - A_G \cdot \beta \cdot i_u;$$

ossia:

$$i_u \cdot (1 + \beta \cdot A_G) = \frac{v_u}{R_0}$$

da cui si ottiene:

$$R^*_0 = R_0 \cdot (1 + \beta \cdot A_G) \quad (16)$$

la resistenza d'uscita aumenta del fattore  $(1 + \beta A_G)$ , come era da aspettarsi per un generatore di corrente.

-----\*-----

(8\*)

Determiniamo la Resistenza d'ingresso  $R_{in}^*$ . Si ha (Fig.19).

$$R^*_{in} = \frac{V_e}{i_i} = \frac{V_e}{i_e + i_r} = \frac{V_e}{i_e + \beta \cdot i_u} = \frac{V_e}{i_e \cdot (1 + \beta \cdot A_i)}$$

da cui:

$$R^*_{in} = \frac{R_{in}}{1 + \beta \cdot A_i} \tag{24}$$

La resistenza d'ingresso diminuisce del fattore  $1/(1 + \beta A_i)$ .

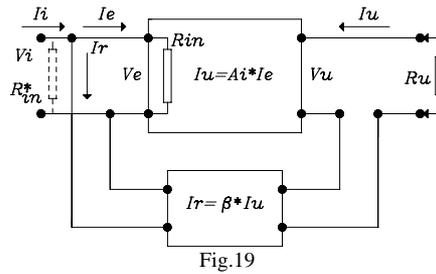


Fig.19

Determiniamo la resistenza d'uscita  $R_0^*$  (Fig.20)

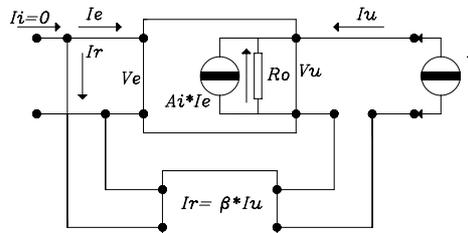


Fig.20

Similmente al caso precedente, si ha:

$$i_u = \frac{V_u}{R_0} + A_i \cdot i_e = \frac{V_u}{R_0} - A_i \cdot \beta \cdot i_u; \quad i_u \cdot (1 + \beta A) = \frac{V_u}{R_0}$$

da cui:

$$R^*_0 = R_0 \cdot (1 + \beta \cdot A_i)$$

La resistenza d'uscita aumenta del fattore  $(1 + \beta A_i)$ .

-----\*