

Capitolo 3°

APPLICAZIONI DEL DIODO

(2ª Parte: il diodo come raddrizzatore)

Prerequisiti:

Per la Matematica:

Buona conoscenza degli elementi di calcolo infinitesimale.

Per l'Elettronica:

Possesso dei concetti di valor medio e valore efficace.

Conoscenza del funzionamento di semplici raddrizzatori e delle leggi della carica e della scarica di un condensatore.

Obiettivi:

Essere in grado di impostare il calcolo di un alimentatore nelle sue parti fondamentali.

Nel Cap.2° abbiamo visto alcune applicazioni del diodo con segnali a basso livello dove la distorsione, in particolare quella del secondo ordine, era essenziale e alla base delle fenomenologie prese in considerazione. Nei casi studiati i segnali interessavano solo un piccolo tratto della parte bassa della caratteristica, facendo in tal modo diventare importante la non linearità del ginocchio inferiore. Quando invece i segnali sono tanto ampi da riuscire ad interessare l'intera caratteristica fin quasi alla saturazione, allora siamo in presenza di circuiti chiamati "raddrizzatori di potenza". In questo caso, salvo un breve tratto iniziale trascurabile, possiamo considerare la caratteristica come una spezzata che ha la parte diretta formata da un segmento di retta con grande pendenza e la parte inversa come un segmento a pendenza zero. Possiamo così pensare al diodo come un interruttore che si apre completamente in presenza di segnali positivi e si chiude ermeticamente di fronte a segnali negativi. Perciò la curva (01), già studiata nel Cap.1° e qui riportata:

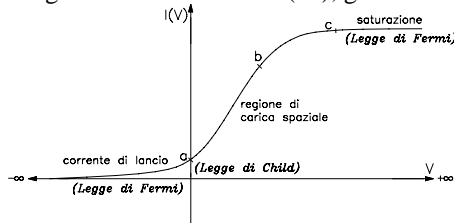


Fig.01

si semplifica nella Fig.02

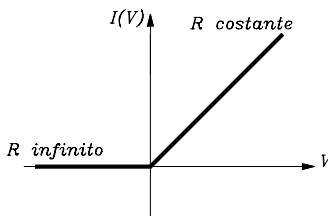


Fig.02

dove abbiamo supposto:

$$I = 0 \quad \text{per } V < 0 \qquad I = GV \quad \text{per } V > 0$$

in cui: $G=1/R$ è la conduttanza interna del diodo.

GENERALITA'

Qualsiasi sistema, che sia esso elettrico o elettronico o di altra natura, ha bisogno di energia adeguata per funzionare. Qualsiasi componente elettronico, quando è attivo, ha bisogno di tensioni e di correnti elettriche. Queste sono necessarie per determinare la sua polarizzazione, ossia il suo punto di lavoro. Un apparato elettronico complesso, poi, può avere la necessità di assorbire forti correnti con tensioni costanti il più possibile. Molto spesso la fonte di energia è la tensione di rete, perciò vi è quasi sempre la necessità di utilizzare un adatto Convertitore c.a./c.c. comunemente chiamato con il nome di "Alimentatore". Ora, costruire e far funzionare in modo accettabile un alimentatore è facile, realizzarlo bene è invece concettualmente molto impegnativo.

Un complesso "Alimentatore" generalmente è formato dai seguenti tre circuiti fondamentali:

- 1) Un Trasformatore di rete per ottenere i giusti valori di tensione alternata.
- 2) Un Raddrizzatore che serve a modificare la forma d'onda da alternata a pulsante.
- 3) Un Livellatore che serve a modificare la forma d'onda da pulsante a continua.

(1*) Prima di affrontare lo studio degli alimentatori è importante conoscere bene i concetti di **Valore Medio** e di **Valore Efficace**.

Diamo qui due semplici definizioni:

Valore Medio: *E' definito come la media dei valori istantanei della funzione periodica $f(t)$ estesa al suo periodo T .*
 Per una sinusoide è $V_{med} = 0$, per una semisinusoide è $V_{med} = (1/\pi) \cdot V_M = 0,318 \cdot V_M$ dove con V_M indichiamo il valore massimo dell'onda.

Valore Efficace: *E' dato dalla radice quadrata della media dei quadrati dei valori istantanei estesa al suo periodo T .*
 Per una sinusoide: $V_{eff} = (1/\sqrt{2}) \cdot V_M = 0,707 \cdot V_M$

----*----

Vediamo allora i principi su cui si basa il funzionamento dell'intero "Alimentatore" soffermandoci in particolare sui punti 2) e 3) che si riferiscono a due dei tre circuiti fondamentali sopra definiti. Daremo in seguito, per il punto 1), qualche accenno scarno ed essenziale per la realizzazione del Trasformatore che, in linea generale e contrariamente a quanto si può pensare, è la parte più semplice da progettare.

Precisiamo che, nel seguito, parleremo sempre di **grandezze alternate sinusoidali monofasi**, perché queste sono le più importanti per la tecnica elettronica.

IL RADDRIZZATORE.

Fondamentalmente i raddrizzatori possono dividersi in Raddrizzatori a Semionda e Raddrizzatori a Onda Intera. Analizziamo prima quelli ad una sola semionda osservandone i pregi e i difetti.

1) Raddrizzatore a Semionda.

Il raddrizzatore a Semionda è formato essenzialmente da un diodo con resistenza di carico in serie come in Fig.03. Il suo pregio fondamentale è di essere semplice. E' alimentato da un generatore di tensione V_i collegato ai morsetti d'ingresso. Ai capi della resistenza di carico R_C leggiamo la tensione pulsante d'uscita V_u .

Dall'analisi delle seguenti Fig.04 e Fig.05 si denota come la forma d'onda della tensione v_u ai capi di R_C assuma un aspetto variabile unidirezionale con due componenti:

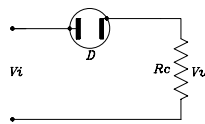


Fig.03

1) **Una componente continua V_{CC}** (Fig.04) che rappresenta il valor medio la cui grandezza è $V_{med} = (1/\pi) \cdot V_M = 0,318 \cdot V_M$ (è il valore letto su R_C con un voltmetro analogico C.C., cioè a bobina mobile).

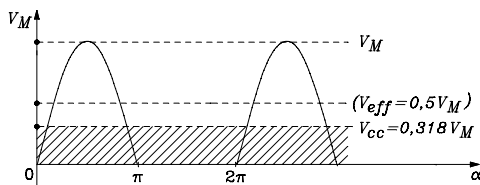


Fig.04

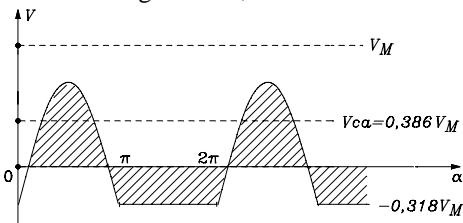


Fig.05

2) **Una componente V_{CA} che rappresenta il residuo in Alternata**, quando si esclude la componente continua (Fig.05), il cui valore calcolato è:

$$(2^*) \quad V_{CAeff} = \left(\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}} \right) \cdot V_M = 0,386 \cdot V_M$$

(è il valore letto su R_C con un voltmetro analogico C.A., cioè a ferro mobile o quadratico dopo aver tolto la componente continua, per esempio, mediante un condensatore).

Qui si coglie l'occasione per raccomandare molta attenzione ed intelligenza quando si fa una lettura di tensione su un circuito raddrizzatore. Bisogna **stare attenti** a che tipo di Voltmetro si sta adoperando e a che tipo di tensione ci riferiamo, altrimenti possiamo incorrere in valutazioni errate e grossolane.

----*----

Si definisce "**ripple**" o **fattore d'ondulazione** il rapporto tra il residuo d'alternata V_{CAeff} e la componente continua V_{CC} .

Esso è un indice dell'efficienza di un raddrizzatore e deve **essere il più piccolo possibile**.

Nel caso di un raddrizzatore ad una semionda abbiamo:

$$r = \frac{V_{CAeff}}{V_{CC}} = \frac{0,386 \cdot V_M}{0,318 \cdot V_M} = 1,21 \quad (9)$$

da cui risulta che in un raddrizzatore ad una semionda il "ripple" è del 121% ! **Il raddrizzatore ad una semionda non è quindi generalmente raccomandabile.**

E' molto importante a questo punto conoscere il rendimento (teorico) di un raddrizzatore, specialmente per quanto servirà al calcolo del trasformatore di alimentazione. Il rendimento è dato dal rapporto tra la potenza utile (in continua) P_U fornita al carico e la potenza totale assorbita P_{AL} .

Nel nostro caso otteniamo:

$$(2^*) \quad \eta = \frac{P_U}{P_{AL}} = \frac{V_{CC}^2/R}{V_U^2/R} = \left(\frac{V_{CC}}{V_U}\right)^2 = \left(\frac{0,318}{0,5}\right)^2 = (0,636)^2 = 0,404 \rightarrow 40,4\% \quad (10)$$

ed è piuttosto scarso. Dai risultati ottenuti si deduce immediatamente che **un raddrizzatore a semionda non è per niente consigliabile** se non per forza maggiore. Decisamente migliore è il Raddrizzatore ad Onda Intera di cui adesso parleremo un po'.

2) Raddrizzatore ad Onda Intera

Può essere realizzato con il sistema a Controfase (Fig.06) o con il sistema a Ponte di Graetz (Fig.07).

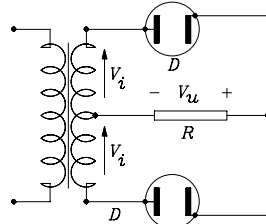


Fig.06

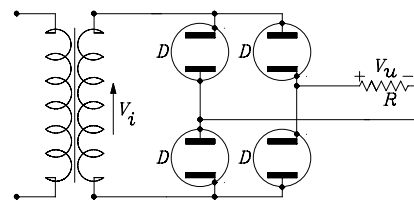


Fig.07

Questi due circuiti, alquanto diversi nella realizzazione circuitale si equivalgono però elettricamente nei risultati.

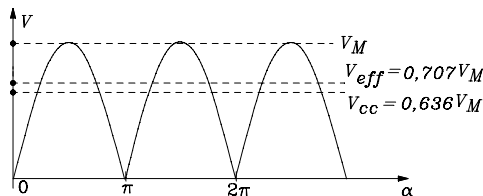


Fig.08

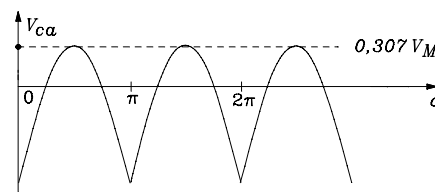


Fig.09

(3*) Tenendo conto delle Fig.08, e Fig.09 e seguendo lo stesso criterio del caso precedente, si può dimostrare che la forma d'onda raddrizzata V_u sia la **somma di due componenti** così espresse:

1) Una V_{CC} che rappresenta il **Valor medio**: $V_{CC} = (2/\pi) \cdot V_M = 0,636 \cdot V_M$ (è la lettura fatta con un voltmetro c.c.). Esso risulta doppio del caso precedente.

2) Una V_{CA} che rappresenta il **Residuo in Alternata**:

$$V_{CA} = V_M \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}} = 0,307 \cdot V_M \quad (\text{è la lettura fatta con un voltmetro c.a.})$$

Il "ripple" sarà, adesso, più basso del caso precedente:

$$r = \frac{V_{CA}}{V_{CC}} = \frac{0,307}{0,636} = 0,49 \rightarrow 49\% \quad (16)$$

e il "rendimento di conversione" avrà il valore:

$$\eta = \frac{0,636}{0,707} = 0,81 \rightarrow 81\% \quad (17)$$

Questi dati denotano il netto miglioramento ottenuto con il raddrizzatore a due semionde rispetto a quello ad una semionda, sia per il "ripple", sia per il "rendimento di conversione".

Per quanto riguarda, invece, la struttura dei due sistemi a doppia semionda disegnati in Figg.06 e 07 dobbiamo dire in particolare che per il **controfase** i diodi sono sollecitati con una tensione inversa V_{INV} pari a due volte la tensione massima V_M ossia: $V_{INV} = 2 \cdot V_M$ a causa dell'effetto autotrasformatore, mentre la corrente in essi è la metà del valore in uscita. Indagando un po' sulla costruzione del **trasformatore controfase** (cioè a presa centrale), consigliamo che è sempre bene avvolgere il secondario in bifilare per non avere squilibri sulla parte resistiva tra un semiavvolgimento e l'altro.

Ogni **semiavvolgimento** dovrà essere progettato per una tensione e per una corrente:

$$V_{eff} = 1/\sqrt{2} \cdot V_M \quad I_{eff} = 1/2 \cdot I_M \quad (18)$$

(si ricordi che la corrente scorre per mezzo periodo in ogni semiavvolgimento, per cui il valore efficace risulta dal calcolo: $I_{eff} = 0,5 \cdot I_M$).

Nella realizzazione a **ponte di Graetz**, invece, i diodi sono meno sollecitati in tensione perché sottoposti ad una d.d.p. inversa $V_{INV} = V_M$, ma sono percorsi dall'intera corrente. **L'intero secondario** del trasformatore dovrà quindi essere calcolato per:

$$V_{eff} = 1/\sqrt{2} \cdot V_M; \quad I_{eff} = 1/\sqrt{2} \cdot I_M \quad (19)$$

A livello di pratica realizzazione, poi, un sistema vale l'altro. Bisogna solo fare attenzione quando si procede alla scelta dei diodi raddrizzatori, valutando bene la loro tensione inversa massima sopportabile.

E' interessante notare che, se avvolgiamo il secondario A.T. in bifilare, non vi è alcuna differenza di potenziale tra gli avvolgimenti, per cui essi possono essere anche collegati in parallelo. In questo modo lo stesso trasformatore può essere utilizzato sia per la connessione in controfase che per quella a ponte, rispettando anche le (18) e (19).

Facciamo un esercizio esplicativo.

Abbiamo a disposizione un trasformatore con un primario calcolato per una tensione di $220V_{eff}$, un doppio secondario con tensioni d'uscita a vuoto di $150V_{eff}$, ed un altro secondario a $6,3V_{eff}$ per l'accensione dei filamenti. Costruiamo il circuito di Fig.09a e controlliamo il suo funzionamento.

(Nello schema abbiamo trascurato il circuito di accensione del diodo). Alla misura con il tester risulta che la resistenza R_p del primario è di 62Ω , le resistenze R_s dei secondari A.T. sono di 140Ω . Questi valori non sono trascurabili. La valvola utilizzata è un doppio diodo **EZ81**, mentre il carico è formato da una resistenza R di $10k\Omega$. Viene posta in serie nel circuito una piccola resistenza ($R_0=10\Omega$) per poter misurare, tramite la legge di Ohm, la corrente di maglia. Il circuito è disegnato in Fig.09a:

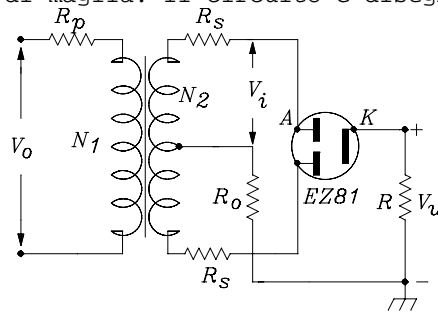


Fig.09a

Da un'analisi della caratteristica anodica della **EZ81**, possiamo dire che la resistenza interna R_i del diodo può essere approssimata a 200Ω .

Indicando con:

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{150}{220} = 0,68$$

il rapporto spire, e tenendo conto della resistenza primaria trasferita al secondario, la resistenza totale R_t che mostra il trasformatore al circuito è data da:

$$R_t = R_s + n^2 \cdot R_p = 140 + 0,46 \cdot 62 = 168,8\Omega$$

Nel momento in cui si fa la misura la tensione fornita dalla rete varia leggermente intorno a $210V_{eff}$, perciò a vuoto abbiamo una tensione disponibile di:

$$\frac{150}{220} \cdot 210 = 143V_{eff}$$

a cui corrisponde una tensione di cresta $V_{max} = 143 \cdot \sqrt{2} = 201,6V$.

La tensione V_u ai capi del carico, tenendo conto di tutte le resistenze del circuito (trascurando la R_0), è data da (Fig.09b):

$$V_u = V_i \frac{R}{R_t + R_i + R} = 143 \frac{10000}{168,8 + 200 + 10000} = 137,9V_{eff}$$

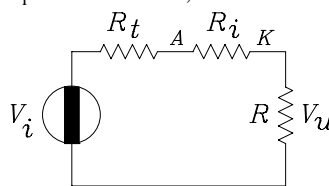


Fig.09b

il cui valore massimo V_M è:

$$V_M = \sqrt{2} \cdot V_{eff} = 1,41 \cdot 137,9 = 194,4V$$

Il valore medio V_o è:

$$V_o = 0,636 \cdot V_M = 0,636 \cdot 194,4 = 123,7V$$

Il residuo d'alternata V_{ca} è:

$$V_{ca} = 0,307 \cdot V_M = 0,307 \cdot 194,4 = 59,7V$$

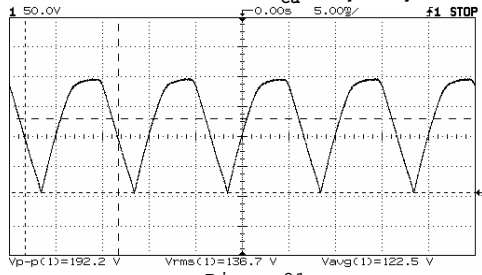
La corrente massima I_{max} che scorre nel circuito è:

$$I_{max} = \frac{V_M}{R_o} = \frac{194,4}{10} \cdot 10^{-3} = 19,44mA$$

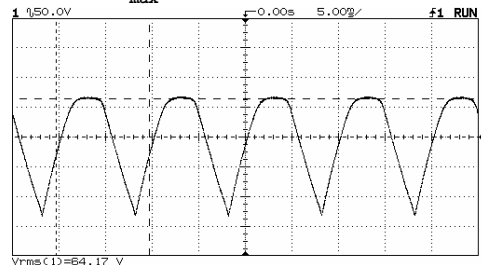
I valori misurati (Diagr.01,02,03) sono:

$$V_{eff}=136,7V; \quad V_M=192,2V; \quad V_o=122,5V$$

$$V_{ca}=64,17V; \quad I_{max}=20mA$$



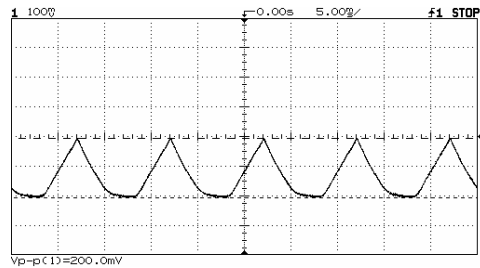
Diagr.01



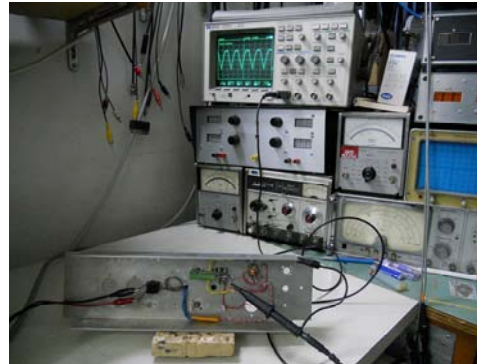
Diagr.02

I risultati della misura non si discostano molto dai valori calcolati. Ciò ci rende soddisfatti del lavoro teorico impostato.

E' da notare anche come la forma d'onda della tensione fornita di rete sia molto vicina alla trapezoidale, per cui ci si deve aspettare che i valori veri della tensione efficace e continua siano un po' diversi da quelli teorici, calcolati per un'onda perfettamente sinusoidale.



Diagr.03



Le due foto mostrano il nostro circuito raddrizzatore montato su un telaio di recupero e sottoposto a collaudo.

IL FILTRO DI LIVELLAMENTO

Dopo il Raddrizzatore, la tensione in uscita contiene, come abbiamo visto, un residuo di alternata raramente accettabile. Si può, però, ridurre questo residuo entro valori prefissati per mezzo di un filtro elettrico passa-basso. Vi sono vari tipi di filtri adatti allo scopo ed anche vari sviluppi matematici che risolvono il problema. Noi studieremo il filtro ad ingresso capacitivo che si ottiene **semplicemente aggiungendo** un condensatore C in parallelo al carico R_c (Fig.10).

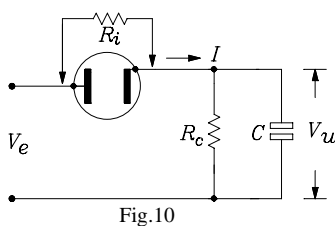


Fig.10

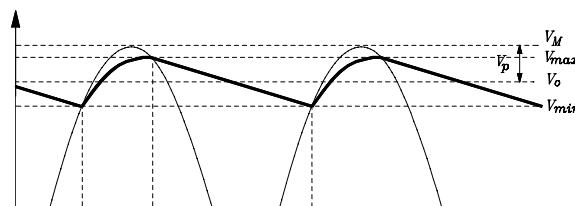
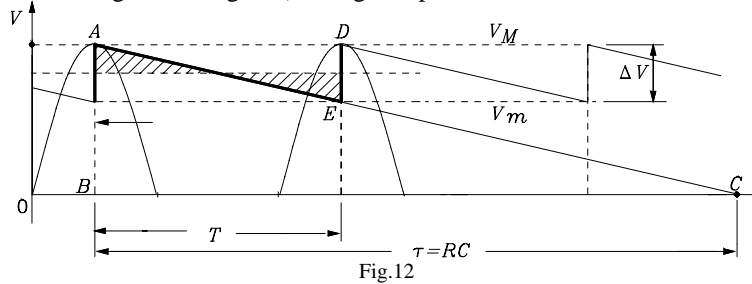


Fig.11

La semplice aggiunta di C però **cambia radicalmente il funzionamento del circuito** e lo **complica concettualmente in modo notevole**, quando se ne vuol fare un attento studio di progettazione. Come si può notare dalla Fig.11, ora la tensione ai capi di C segue l'andamento esponenziale di carica attraverso la resistenza interna R_i del diodo, con costante di tempo $t_2 = C \cdot R_i$ e di scarica attraverso il carico R_C con costante di tempo $t_1 = C \cdot R_C$. Ciò porta a diverse sostanziali modifiche della tensione d'uscita V_u . A causa della resistenza interna del diodo e del ritardo di carica di C la tensione V_{max} si allontanerà ancor più dal valore V_M . L'andamento della V_u sarà affetto da una ondulazione residua non eliminabile che va da V_{max} a V_{min} e la tensione media utilizzabile avrà un valore V_0 sensibilmente inferiore alla V_M disponibile. La perdita di tensione V_p può essere valutata intorno ai $20 \div 40V$ e dipende molto dalla resistenza interna del tubo impiegato.

Comunque, semplificando le cose, se il tempo di scarica t_1 è molto più grande del tempo di carica t_2 (almeno venti volte), si può azzardare a pensare t_2 trascurabile, facendo così somigliare l'andamento della tensione d'uscita V_u ad un'onda a dente di sega, come disegnata in Fig.12 (il disegno è per un raddrizzatore a semionda).



Rispettando queste condizioni, il calcolo ci fornisce le seguenti **tre formule di progetto**:

(4*)	$V_{CC} = V_M \cdot \left(1 - \frac{1}{2fRC} \right)$	(20)
	$V_{ca} = \frac{V_M}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC}$	(21)
	$r = \frac{1}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC}$	(22)

che ci danno rispettivamente i valori della tensione continua V_{CC} in uscita dall'Alimentatore, del residuo di alternata V_{ca} , e del fattore di ondulazione "r".

Le tre espressioni (20), (21), (22) sono fondamentali per il dimensionamento dell'Alimentatore, poiché, conoscendo le grandezze d'uscita V_{CC} e lo insieme all'ondulazione accettabile "r" si possono determinare e progettare tutti i suoi componenti costruttivi. Può essere anche utile conoscere la variazione ΔV tra i valori massimo V_M e minimo V_m dell'ondulazione residua:

$$\Delta V = V_M \cdot \frac{1}{f \cdot RC}$$

-----*-----

Dallo sviluppo teorico deriva **che bisogna prestare molta attenzione** nel considerare la I_{eff} che dovrà fornire il trasformatore al circuito di livellamento, perché tanto più è trascurabile la t_2 rispetto alla t_1 tanto più la forma d'onda di essa assume dei picchi elevatissimi nei brevi momenti di carica di C. Non è semplice ricavare in queste condizioni la I_{eff} , e di conseguenza il valore della potenza ai capi del secondario del trasformatore.

Perciò, **se si trascurano l'impedenza interna del trasformatore e la resistenza interna del diodo**, tanto più piccola si vuole l'ondulazione, tanto più grande sarà il valore efficace I_{eff} e, quindi, tanto più grande dovrà essere il sovradimensionamento del trasformatore, arrivando infine a **dimensioni talmente grandi da non essere più accettabili**. In pratica, fortunatamente l'impedenza interna del trasformatore esiste e le cose non sono poi così drammatiche.

Facciamo anche in questo caso un esercizio esplicativo.

Mettiamo in parallelo alla resistenza di carico R del circuito di Fig.09a un condensatore elettrolitico C di 64μF.

Ne scaturisce il circuito di Fig.12a dove si è aggiunta al circuito la resistenza R_1 per poter misurare, tramite la legge di Ohm, la corrente continua che scorre nel carico R.

I valori di R_0 e R_1 sono sufficientemente piccoli in modo tale da non incidere sensibilmente sul calcolo teorico e sulle misure sperimentali. Perciò nel conteggio vengono trascurate.

Riteniamo ancora validi alcuni risultati che ci interessano, già ottenuti per il circuito di Fig.09a. Essi sono:

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{150}{220} = 0,68$$

$$R_t = R_s + n^2 \cdot R_p = 140 + 0,46 \cdot 62 = 168,8\Omega .$$

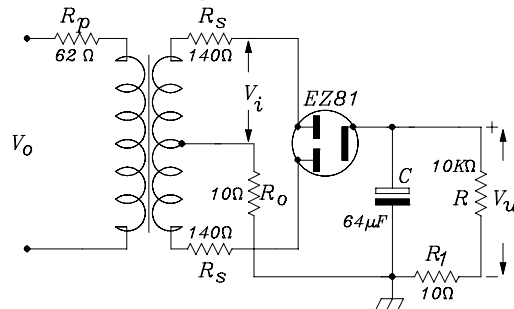


Fig.12a

Supponiamo che la tensione di rete abbia il valore nominale di $220V_{\text{eff}}$, per cui la tensione secondaria **a vuoto** risulti $150V_{\text{eff}}$.

La tensione sotto carico V_i sugli anodi **A** del diodo, tenendo conto di tutte le resistenze del circuito (trascorrendo però la R_o e la R_1 perché molto piccole), è data da (si guardi la Fig.09b che riproponiamo):

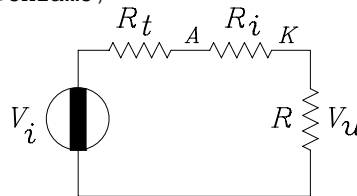


Fig.09b

$$V_{iA} = V_{io} \frac{R + R_i}{R_t + R_i + R} = 150 \frac{10000 + 200}{168,8 + 200 + 10000} = 147,5V_{\text{eff}}$$

a cui corrisponde un valore max V_M di:

$$V_{M1} = \sqrt{2} V_{iA} = 1,41 \cdot 147,5 = 208,6V$$

Ammettiamo che, a regime, la caduta di tensione tra anodo e catodo del diodo sia intorno ai 30V. La V_M disponibile sarà:

$$V_M = 208,6 - 30 = 178,6V$$

Applichiamo al circuito di Fig.12a le relazioni (20), (21) e (22) che qui riportiamo per comodità:

$$V_{CC} = V_M \cdot \left(1 - \frac{1}{2fRC}\right) \quad (20)$$

$$v_{ca} = \frac{V_M}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC} \quad (21)$$

$$r = \frac{1}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC} \quad (22)$$

La tensione disponibile sul carico sarà:

$$V_{CC} = V_M \cdot \left(1 - \frac{1}{2fRC}\right) = 178,6 \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 100 \cdot 10^4 \cdot 64 \cdot 10^{-6}}\right) = 178,6 \cdot 0,992 = 177,2V$$

L'ondulazione residua (ripple) sarà:

$$r = \frac{1}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC} = \frac{1}{2 \cdot 1,73 \cdot 10^4 \cdot 64 \cdot 10^{-6}} = 0,0045 = 0,45\%$$

Il residuo di alternata sarà:

$$v_{ca} = \frac{V_M}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC} = 177,2 \cdot 0,0045 = 0,797V$$

La corrente assorbita dal carico R sarà:

$$I_{cc} = \frac{V_{CC}}{R} = \frac{177,2}{10} \cdot 10^{-3} = 17,72mA$$

Sul circuito realizzato in laboratorio abbiamo eseguito le misure di collaudo. Abbiamo letto:

1) Tensione efficace effettiva sull'anodo (Diagr.04):

$$V_i = 147,8V_{\text{eff}}$$

2) Tensione max sull'anodo (Diagr.04):

$$V_{MI} = \frac{V_{PP}}{2} = \frac{406,3}{2} = 203,15V$$

3) Valor massimo tra anodo e catodo (Diagr.04a):

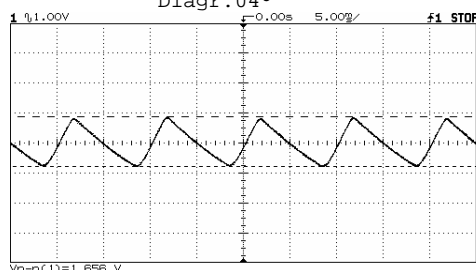
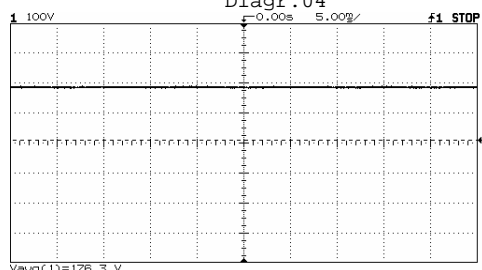
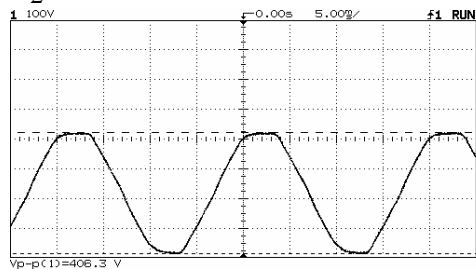
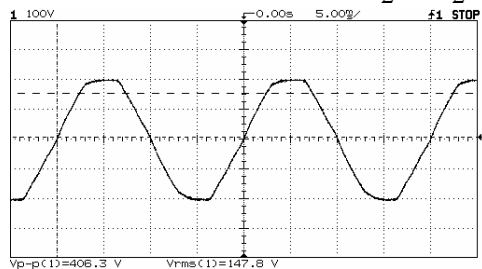
$$V_{max} = 406.3V$$

4) Tensione continua utile sul carico (Diagr.05):

$$V_{CC} = 176,3V$$

5) Ondulazione residua (Diagr.06):

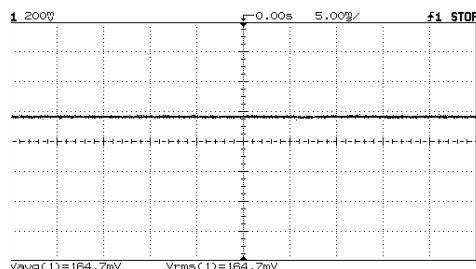
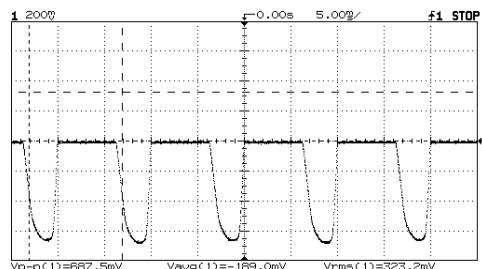
$$v = \frac{\Delta V}{2} = \frac{V_{PP}}{2} = \frac{1,656}{2} = 0,828V$$



Come si può constatare, questi valori sono sufficientemente vicini a quelli calcolati teoricamente.

Abbiamo fatto altre misure complementari.

Sulla resistenza R_o abbiamo rilevato la tensione dovuta alla corrente impulsiva di carica di C (diagr.07).



I valori letti sono:

$$V_{max} = 687,5mV$$

$$V_{eff} = 323,2mV$$

La $V_{max} = 687,5mV$ ci fornisce la corrente max di carica di C :

$$I_{max} = \frac{V_{max}}{R_o} = \frac{687,5}{10} = 68,75mA .$$

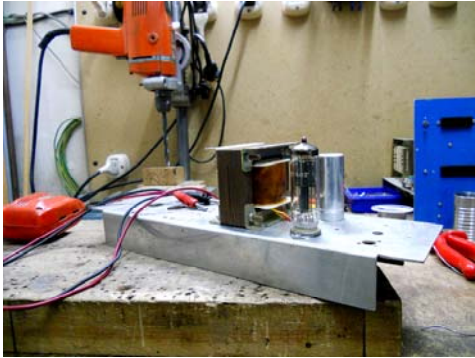
Tra questi due valori è molto importante quello del valore efficace perché ci dà la quantità della corrente efficace necessaria per il calcolo del trasformatore:

$$I_{eff} = \frac{V_{eff}}{R_o} = \frac{323,2}{10} = 32,32mA$$

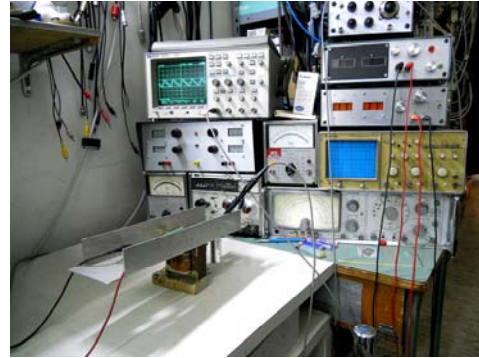
La $V_{med} = 164,7mV$ (Diagr.08) tramite la legge di Ohm ci fornisce la corrente continua (media) che scorre nel carico R :

$$I_{cc} = \frac{V_{med}}{R_o} = \frac{164,7}{10} = 16,47mA$$

Questo valore non si discosta molto da quello calcolato.



Il nuovo circuito con il condensatore.



Il circuito in prova.

-----*-----

Applichiamo, ora, le relazioni teoriche che abbiamo sviluppato nel capitolo, procedendo al calcolo e alla costruzione completa di un semplice alimentatore a bassa tensione con filtro capacitivo.

Calcolo completo di un Alimentatore

Un carico di valore $R=220\Omega$ deve essere alimentato da una tensione continua di $33V$ che non abbia un "ripple" superiore al $1,3\%$. Lo schema dell'alimentatore è quello disegnato in Fig.13. Determiniamo il valore del Condensatore C e la tensione al secondario del trasformatore.

In questo caso si possono trascurare nel calcolo le resistenze degli avvolgimenti.

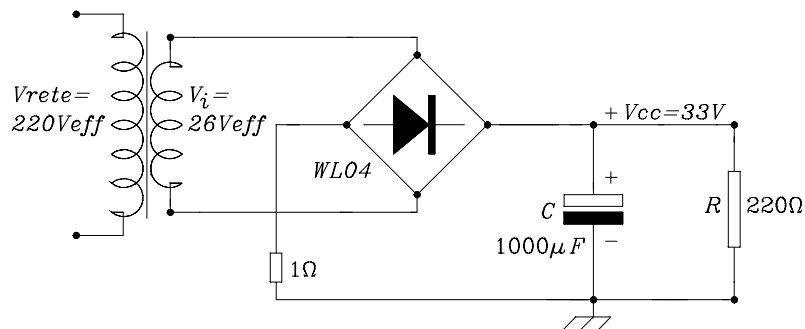


Fig.13

Poiché la tensione continua utile è molto bassa e la corrente sul carico abbastanza elevata è necessario adoperare un raddrizzatore allo stato solido. L'uso di un tubo a vuoto è da ritenersi impossibile per l'eccessiva corrente che dovrebbe fornire e per l'eccessiva caduta di tensione che avrebbe tra anodo e catodo, ciò che si ripercuoterebbe sulla costruzione del trasformatore, del tutto anomala.



Vecchi raddrizzatori a stato solido, alcuni ad ossidi, altri al selenio, paragonati con un raddrizzatore a ponte al silicio utilizzato nel nostro calcolo dell'Alimentatore (l'ultimo, in basso a destra).

La resistenza da 1Ω di precisione (1%) è stata introdotta per la misura delle correnti. Il suo basso valore non modifica sensibilmente il circuito e non incide molto sulla valutazione dei risultati.

a) Calcolo del Condensatore di filtro.

Dall'espressione (22) abbiamo:

$$C = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot f \cdot R \cdot r} = \frac{1}{2 \cdot 1,73 \cdot 100 \cdot 220 \cdot 0,013} \cong 1 \cdot 10^{-3} \text{F} = 1000 \mu\text{F}$$

Dalla (25) ricaviamo il valore della tensione di picco:

$$V_M = \frac{V_{cc}}{1 - \frac{1}{2 \cdot f \cdot R \cdot C}} = \frac{33}{0,97} = 34 \text{V}$$

Il suo valore efficace è, allora:

$$V_{\text{eff}} = \frac{V_M}{\sqrt{2}} = \frac{34}{1,41} \cong 24 \text{V}$$

Si presuppone che almeno 2V siano perduti all'interno dei diodi del raddrizzatore; perciò il secondario del trasformatore dovrà erogare una tensione di circa $26V_{\text{eff}}$.

Troviamo anche i valori della variazione ΔV e del residuo d'alternata v_{ca} :

$$\Delta V = \frac{V_M}{f \cdot R \cdot C} = \frac{34}{100 \cdot 220 \cdot 10^{-3}} = 1,54 \text{V}; \quad v_{CA} = \frac{V_M}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC} \cong 446 \text{mV}$$

I diagrammi delle figg.14a,b,c,d,e mostrano i valori e le forme d'onda rilevate su un esemplare costruito in laboratorio. Sotto ciascun diagramma sono riportati i valori delle grandezze più interessanti, direttamente elaborati dall'oscilloscopio utilizzato nella misura.

La Fig.14a mostra la tensione efficace ai capi del secondario (**26,50V**); la 14b mostra la tensione raddrizzata dove si nota la perdita di circa 2V sui diodi (**24,83V**).

La Fig.14c ci fornisce il valore della tensione continua con il residuo di alternata. La variazione ΔV viene misurata in Fig.31d. I valori misurati non si discostano molto dai valori calcolati (**497,2mV**), perciò lo studio semplificato che abbiamo adottato si può ritenere accettabile per il calcolo del condensatore di filtro.

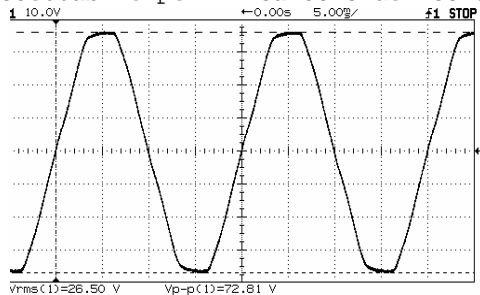


Fig.14a

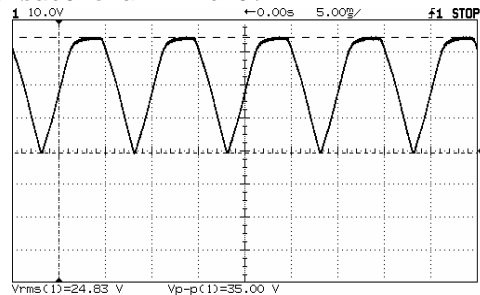


Fig.14b

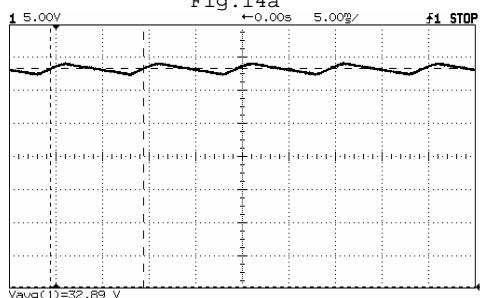


Fig.14c

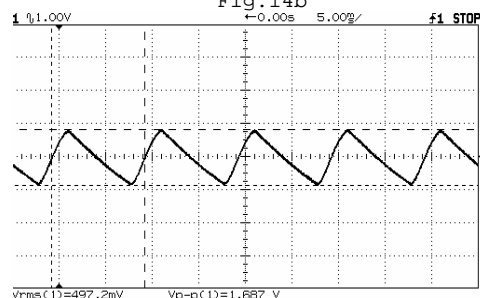


Fig.14d

Nella fig.14e viene nuovamente rappresentata la tensione di carica e scarica del condensatore, in concomitanza con il segnale rappresentativo della corrente impulsiva di carica che attraversa sia i diodi sia il secondario del trasformatore.

Il segnale di corrente è stato misurato prelevando la tensione di caduta sulla piccola **resistenza di 1Ω** posta in serie nel circuito del raddrizzatore, come si nota nella fig.13.

Poiché il valore efficace di tensione fornito su 1Ω (precisione 1%) è di $245,6\text{mV}$, per la legge di Ohm la corrente efficace che attraversa i diodi ed il secondario è di $245,6\text{mA}$: quest'ultimo è il valore necessario, per determinare la potenza gestita dal trasformatore:

$$P = V \cdot I = 26 \cdot 0,245 = 6,37VA$$

La potenza sul carico è, invece:

$$P_u = 33^2 / 220 = 4,95W$$

La potenza del trasformatore risulta, quindi, circa 1,3 volte la potenza sul carico. Perciò, la potenza di transito sul trasformatore non si discosta molto dalla potenza utile, e ciò a conforto di quanto detto precedentemente a proposito delle correnti impulsive.

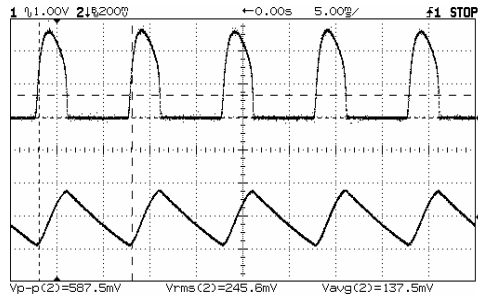


Fig. 14e

Anche la **corrente di picco** risulta essere entro valori tollerabili: infatti, osservando i dati riportati nella fig.14e la misura ci fornisce un valore di 587mA, accettabile per il tipo di ponte adoperato.

(5*)

b) Calcolo del trasformatore.

Facciamo un rapido calcolo del trasformatore. Possiamo scrivere:

Sezione del nucleo: $S(\text{cm}^2) = 1,3\sqrt{6,37} = 3,28\text{cm}^2$

Spire/Volt: $sp/V = \frac{10^4}{4,44 \cdot 50 \cdot 1 \cdot 3,28} = 13,7$

Spire Secondario: $N_{26} = 13,7 \cdot 26 = 356\text{spire}$

Spire Primario: $N_{220} = 13,7 \cdot 220 = 3018\text{spire}$

Imponendo una densità di corrente di $2,5A/\text{mm}^2$, e ricordando un po' di geometria, ricaviamo facilmente i diametri dei fili di avvolgimento:

Filo del secondario (0,245mA); abbiamo: $d \cong 0,35\text{mm}$

Filo del primario ($6,37/220 \cong 29\text{mA}$); abbiamo: $d \cong 0,12\text{mm}$

Non vi è altro da fare che passare in laboratorio attrezzato di bobinatrice, scegliere i lamierini e il cartoccio adatti ed avvolgere il filo (ad esempio, con un po' di abbondanza, lamierini L20 e cartoccio 20x20): il trasformatore è praticamente costruito e funziona egregiamente.

---*---

L'alimentatore è realizzato e collaudato.

-----*-----

Per i più esigenti:

Richiami e Approfondimenti

(1*)

Per chiarezza e per i più esigenti facciamo qualche richiamo approfondito su questi due concetti di base molto importanti. (Avere coscienza di alcuni argomenti fondamentali di analisi matematica superiore qui è indispensabile).

Valore Medio:

Per una funzione periodica $f(\alpha)$ qualsiasi e per l'intero periodo $T=2\pi$, abbiamo già dato una definizione di Valore Medio. Matematicamente si può rappresentare il valore medio come:

$$F_{\text{med}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(\alpha) d\alpha \tag{1}$$

Nel caso più comune in cui la funzione periodica sia **sinusoidale** ossia è $f(\alpha) = V_m \text{sen} \alpha$, otteniamo e risolviamo:

$$V_{\text{med}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} V_M \text{sen} \alpha \cdot d\alpha = \frac{V_M}{2\pi} \cdot [-\cos \alpha]_0^{2\pi} = \frac{V_M}{2\pi} (-\cos 2\pi + \cos 0) = 0. \tag{2}$$

V_{med} quindi risulta uguale a zero, come era da attendersi **per una grandezza alternata**, che, proprio **per definizione**, è quella grandezza variabile e periodica che ha **valor medio nullo**, calcolato sull'intero periodo.

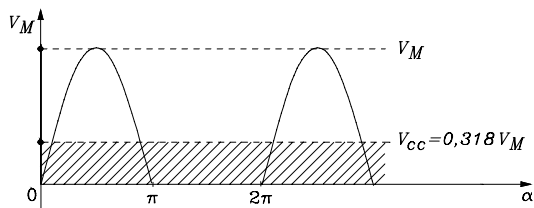


Fig.01

Determiniamo adesso il valor medio $V_{med} = V_{cc}$ per una **sinusoide raddrizzata**, ossia di una forma sinusoidale a cui mancano tutte le semisinusoidi di un certo segno. Considerando che adesso è $\sin(\alpha) = 0$ nel campo delle ascisse che va da π a 2π (Fig.01) possiamo scrivere:

$$\begin{aligned}
 V_{med} = V_{C.C.} &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{\pi} V_M \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{V_M}{2\pi} \left| -\cos \alpha \right|_0^{\pi} = \\
 &= \frac{V_M}{2\pi} (-\cos \pi + \cos 0) = \frac{V_M}{2\pi} \cdot 2 = \frac{1}{\pi} \cdot V_M = 0,318 \cdot V_M
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Quindi il **valor medio** di una semisinusoide nel suo intero periodo T è pari a **0.318 volte il suo valore massimo**, quindi è circa la terza parte del valore massimo V_M .

Valore Efficace:

Abbiamo già dato la definizione di Valore Efficace. Possiamo scrivere, per una qualsiasi funzione periodica $f(\alpha)$ con $T=2\pi$:

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f^2(\alpha) \cdot d\alpha}
 \tag{4}$$

Nel caso comune in cui la funzione è sinusoidale ossia è $f(\alpha) = V_m \sin \alpha$ determiniamo il valore efficace per l'intero periodo 2π , risolvendo la (4).

Si osservi anche la Fig.02:

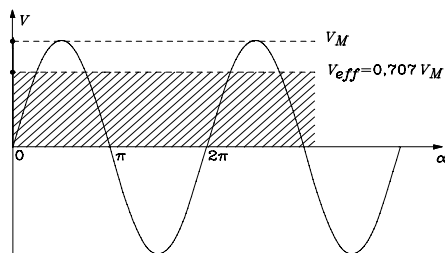


Fig.02

$$\begin{aligned}
 V_{eff} &= \sqrt{\frac{V_M^2}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha} = \sqrt{\frac{V_M^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \right) \cdot d\alpha} = \\
 &= \sqrt{\frac{V_M^2}{4\pi} \cdot \left[\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right]_0^{2\pi}} = \\
 &= \sqrt{\frac{V_M^2}{4\pi} \cdot (2\pi - \frac{\sin 4\pi}{2})} = \sqrt{\frac{V_M^2}{4\pi} \cdot (2\pi - 0)} = \sqrt{\frac{V_M^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot V_M = 0,707 \cdot V_M
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Quindi il **valore efficace** di una grandezza alternata sinusoidale è pari a **0,707 volte il suo valore massimo**.

Può essere utile definire anche il valore efficace di un'onda periodica formata da più componenti armoniche (quindi a frequenze diverse tra loro). Esso è dato dall'importante espressione:

$$V_{efftot} = \sqrt{V_{1eff}^2 + V_{2eff}^2 + V_{3eff}^2 + \dots + V_{Neff}^2}
 \tag{6}$$

Potremmo chiamare la (6) come l'espressione del teorema di Pitagora in uno spazio a N dimensioni. Essa ci dice che il quadrato del valore efficace totale dell'onda periodica non sinusoidale (quindi dotata di armoniche) è dato dalla somma dei quadrati dei valori efficaci delle singole armoniche.

(2*)

Essendo la V_{cc} stata già determinata, individuiamo ora la componente V_{ca} calcolando prima il Valore efficace di metà sinusoide sull'intero periodo:

$$\begin{aligned}
 V_{Ueff} &= \sqrt{\frac{V_M^2}{2\pi} \cdot \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha} = \sqrt{\frac{V_M^2}{4\pi} (1 - \cos 2\alpha) \cdot d\alpha} = \sqrt{\frac{V_M^2}{4\pi} \cdot \left[\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right]_0^{\pi}} = \\
 &= \sqrt{\frac{V_M^2}{4\pi} \cdot \left(\pi - \frac{\sin 2\pi}{2} \right)} = \sqrt{\frac{V_M^2}{4\pi} \cdot \pi} = \frac{V_M}{2} = 0,5 \cdot V_M
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Il valore $1/2 \cdot V_M$ (Fig.04) è il valore efficace di **tutto il segnale** raddrizzato, in cui possiamo distinguere una componente continua ed una alternata.

La componente continua è la V_{cc} già conosciuta; la componente alternata (o residuo) è da determinare. Utilizzando in modo inverso l'importante relazione (6) si può ricavare il residuo d'alternata:

$$V_{CAeff} = \sqrt{V_{Ueff}^2 - V_{CC}^2} = \sqrt{\frac{V_M^2}{4} - \frac{V_M^2}{\pi^2}} = V_M \cdot \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2}} = 0,386 \cdot V_M \quad (8)$$

Questo è il valore efficace della forma d'onda alternata, ma non sinusoidale, riportata in Fig.05.

(3*)

Si calcoli la V_{CC} come V_{med} sull'intero periodo raddrizzato, (equivalente a mezzo periodo del segnale).

$$V_{CC} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_M \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{V_M}{\pi} |-\cos \alpha|_0^{\pi} = \frac{V_M}{\pi} (-\cos \pi + \cos 0) = \frac{2}{\pi} V_M = 0,636 \cdot V_M \quad (11)$$

Si calcoli, poi, la V_{eff} sull'intero periodo raddrizzato:

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_M^2 \sin^2 \alpha \cdot d\alpha} = \sqrt{\frac{V_M^2}{2\pi} \int_0^{\pi} (1 - \cos \alpha) d\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot V_M = 0,707 \cdot V_M \quad (12)$$

Ricordando dalla (6) che:

$$V_{eff}^2 = V_{CC}^2 + V_{CA}^2 \quad (13)$$

ricaviamo il residuo di alternata:

$$V_{CA}^2 = V_{eff}^2 - V_{CC}^2 \quad (14)$$

cioè:

$$V_{CA} = \sqrt{\frac{V_M^2}{2} - \frac{4V_M^2}{\pi^2}} = V_M \sqrt{0,5 - 0,405} = 0,307 \cdot V_M \quad (15)$$

(4*)

Per i più esigenti **giustificiamo le ultime tre relazioni scritte.**

Ricordiamo dall'analisi matematica, che l'esponenziale e^{-x} può essere sviluppato in serie di potenze, secondo Mc Laurin in questo modo:

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots$$

I termini dello sviluppo rappresentano tante funzioni algebriche le quali tutte insieme riescono a costruire la forma della funzione e^{-x} . Se ci fermiamo al secondo termine possiamo scrivere: $e^{-x} = 1 - x$, che rappresenta una retta che parte all'inizio della curva e^{-x} per $x=0$ ed è tangente in quel punto alla curva stessa.

Per semplicità di calcolo, presumendo che l'errore che si commette sia accettabile, linearizziamo l'esponenziale di scarica, e teniamo conto del suo prolungamento fino al punto "C" sull'asse t (Fig.12), accettando di fatto, lo sviluppo in serie che termina al secondo termine. Perciò possiamo scrivere l'equazione della retta:

$$y = e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - \frac{t}{RC}$$

Dalla similitudine dei due triangoli "ABC" e "ADE" scriviamo:

$$DE : AD = AB : BC$$

ossia:

$$\Delta V : T = V_M : \tau \quad (23)$$

dove τ rappresenta la costante di tempo RC del circuito.

Si possono, allora, in sequenza determinare lo scarto ΔV tra V_M e V_m :

$$\Delta V = V_M \cdot \frac{T}{\tau} = V_M \cdot \frac{T}{RC} = V_M \cdot \frac{1}{f \cdot RC} \quad (24)$$

e la **componente continua** V_{CC} fornita dalla (20):

$$V_{CC} = V_M - \frac{\Delta V}{2} = V_M - \frac{V_M}{2f \cdot RC} = V_M \left(1 - \frac{1}{2fRC} \right) \quad (25)$$

Calcoliamo, ora, il "ripple" (Fig.13).

Dopo aver determinata l'equazione della funzione triangolare estesa ad un periodo, che poi è una retta $v = m \cdot t + b$, e aver trovato il valore efficace V_{CA} , calcoliamo "m" e "b".

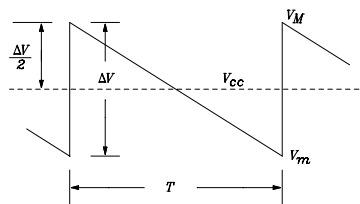


Fig.13

A seguire:

$$m = \frac{-\Delta V}{T}; \quad b = \frac{\Delta V}{2};$$

quindi:

$$\rightarrow v = -\frac{\Delta V}{T} \cdot t + \frac{\Delta V}{2} = \Delta V \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{T} \right); \quad (26)$$

$$v_{CA} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \Delta V^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{T} \right)^2 dt}$$

risolviamo l'integrale tra 0 e T:

$$\Delta V^2 \int_0^T \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{T} \right)^2 \cdot dt = \Delta V^2 \int_0^T \left(\frac{1}{4} - \frac{t}{T} + \frac{t^2}{T^2} \right) dt = \Delta V^2 \left[\frac{t}{4} - \frac{t^2}{2T} + \frac{t^3}{3T^2} \right]_0^T = \frac{\Delta V^2}{12} \cdot T \quad (27)$$

perciò:

$$v_{CA} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{\Delta V^2 T}{12}} = \frac{\Delta V}{2\sqrt{3}} \quad (28)$$

Considerando il valore di ΔV già trovato, abbiamo:

$$v_{CA} = \frac{V_M}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC} \quad (29)$$

che è il valore efficace del residuo d'alternata. Per definizione il "ripple" è:

$$r = \frac{V_{CA}}{V_{CC}}$$

perciò il ripple "r" sarà:

$$r = \frac{V_M}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC} \cdot \frac{1}{V_M \left(1 - \frac{1}{2fRC} \right)}; \quad (30)$$

semplificando V_M e tenendo conto che $2 \cdot f \cdot R \cdot C \gg 1$, possiamo scrivere:

$$r = \frac{1}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot RC} \quad (31)$$

Per un raddrizzatore ad onda intera otterremo un dimezzamento del "ripple" perché la frequenza del segnale raddrizzato è pari a $2 \cdot f$.

(5*)

Diamo uno sguardo veloce alle relazioni fondamentali necessarie per il calcolo del Trasformatore. Dall'Elettrotecnica (Legge di Faraday-Neumann) ricordiamo la relazione fondamentale:

$$V_{\text{eff}} = 4,44 \cdot f \cdot B_m \cdot S \cdot N \quad (32)$$

che lega insieme tutti i parametri essenziali di questa macchina elettrica.

L'altra relazione di sostegno è:

$$S_{(\text{cm}^2)} = K \cdot \sqrt{P_{(\text{Watt})}} \quad (33)$$

che, empiricamente, alla frequenza di 50Hz, determina la sezione del nucleo in cm^2 , quando la potenza è espressa in Watt, con un coefficiente K di costipazione che può assumere valori tra 1,1 a 1,4 in base all'induzione massima B_m permessa, alla densità di corrente accettata nei conduttori, alla forma dei lamierini e alla precisione di costruzione dell'avvolgimento.

Per un trasformatore a funzionamento continuo, costruito artigianalmente con comuni lamierini in cui $B_m = 1 \text{Wb/m}^2$, è bene usare una densità di corrente di $2,5 \text{A/mm}^2$ e un fattore $K = 1,3$. Si è certi così che, nella fase di costruzione, gli avvolgimenti entreranno agevolmente nella finestra e che il trasformatore non andrà in sovratemperatura durante il funzionamento. Vale la pena di ricordare che i fili per avvolgimenti sono misurati in diametri (mm) e non in sezioni (mm^2), perciò, trovata la sezione necessaria del filo non ci si dimentichi di trovare il diametro corrispondente con le comuni regole della geometria.

----*----